

## UŽDAVINYNE TAIKOMOS FORMULĖS

### Elektrostatika

1) *Kulono dėsnis:*

$$F = k \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}, \quad (1)$$

čia  $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{\text{m}}{\text{F}}$ ,  $\varepsilon$  – terpės santykinė dielektrinė skvarba.

2) *Pavienio elektros krūvio elektrostatinio lauko stipris  $i$ -ajame taške:*

$$\vec{E}_i = k \frac{q}{\varepsilon r_i^2} \vec{r}_i, \quad (2)$$

čia  $r_i$  – atstumas nuo krūvio iki  $i$ -ojo taško.

Skaliarinė (2) lygties forma:

$$E_i = k \frac{q}{\varepsilon r_i^2}. \quad (2 \text{ a})$$

3) *Elektrostatinių laukų superpozicijos principas:*

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i, \quad (3)$$

čia  $\vec{E}$  – visų krūvių kuriamo elektrostatinio lauko stipris tiriamajame taške,  $\vec{E}_i$  – pavienių krūvių kuriamų laukų stipriai šiame taške.

4) *Darbas perkeliant krūvį  $q$  elektrostatiniame lauke:*

$$A = q \Delta\varphi_{12}, \quad (4)$$

čia  $\Delta\varphi_{12}$  – taškų, tarp kurių perkeliamas krūvis, potencialų skirtumas.

5) *Pavienio krūvio kuriamo elektrostatinio lauko potencialas  $i$ -ajame taške:*

$$\varphi_i = k \frac{q_0}{\varepsilon r_i}, \quad (5)$$

čia  $r_i$  – atstumas nuo krūvio  $q_0$  iki  $i$ -ojo taško,  $\varepsilon$  – terpės santykinė dielektrinė skvarba.

6) Dviejų taškinių krūvių  $q_1$  ir  $q_2$  sąveikos potencinė energija:

$$W = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r}, \quad (6)$$

čia  $r$  – atstumas tarp krūvių.

7) Elektrostatinio lauko stiprio ir potencialo sąsaja:

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi, \quad (7 \text{ a})$$

čia operatorius  $\text{grad} \equiv \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$ .

Vienalyčio elektrostatinio lauko stiprio modulio ir potencialo sąsaja:

$$E = \frac{\Delta \varphi}{d}, \quad (7 \text{ b})$$

čia  $\Delta \varphi$  – ekvipotencinių paviršių potencialų skirtumas,  $d$  – trumpiausias atstumas tarp šių paviršių.

8) Elektrostatinio lauko stiprio vektoriaus srautas  $\Phi_E$  pro plotą  $S$ :

$$\Phi_E = \int_{(S)} (\vec{E} d\vec{S}). \quad (8 \text{ a})$$

Vienalyčio elektrostatinio lauko stiprio vektoriaus srautas  $\Phi_E$  pro plotą  $S$ :

$$\Phi_E = (\vec{E} \vec{S}) = E S \cos \varphi, \quad (8 \text{ b})$$

čia  $\varphi$  – kampas tarp elektrostatinio lauko stiprio vektoriaus  $\vec{E}$  ir ploto  $S$  normalės.

9) Gauso teorema, taikoma elektrostatiniam laukui:

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i, \quad (9)$$

t. y. elektrostatinio lauko stiprio vektoriaus srautas pro uždarąjį paviršių lygus paviršiaus gaubiamų elektros krūvių algebrinei sumai, pada-lytai iš  $\epsilon_0$ .

10) *Jėgos momentas, veikiantis  $\vec{E}$  stiprio elektrostatiniame lauke  $\vec{p}_e$  dipolinio momento dipolį:*

$$\vec{M} = [\vec{p}_e \vec{E}]. \quad (10)$$

11) *Kondensatoriaus elektrinė talpa:*

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi}, \quad (11)$$

čia  $q$  – vieno kondensatoriaus elektrodo krūvis,  $\Delta\varphi$  – kondensatoriaus elektrodų potencialų skirtumas.

12) *Plokščiojo kondensatoriaus elektrinė talpa:*

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}, \quad (12)$$

čia  $S$  – elektrodo plotas,  $d$  – atstumas tarp elektrodų,  $\epsilon$  – dielektriko tarp elektrodų santykinė dielektrinė skvarba.

13) *Kondensatorių baterijos talpa:*

kai kondensatoriais sujungti *lygiagrečiai* –

$$C_{lyg.} = \sum_{i=1}^N C_i; \quad (13 a)$$

kai kondensatoriais sujungti *nuosekliai* –

$$\frac{1}{C_{nuos.}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}. \quad (13 b)$$

14) *[krautojo kondensatoriaus energija:*

$$W_e = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C}, \quad (14)$$

čia  $C$  – kondensatoriaus talpa,  $\Delta\varphi$  – jo elektrodų potencialų skirtumas,  $q$  – elektrodo krūvis.

15) *Elektrostatinio lauko energijos tankis:*

$$w_e = \frac{W_e}{V} = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2}, \quad (15)$$

čia  $E$  – elektrostatinio lauko stiprio modulis,  $D$  – slinkties modulis.

### Nuolatinė elektros srovė

16) *Srovės stipriu* vadinamas krūvis, pratekantis pro laidžiosios terpės skerspjūvį per laiko vienetą:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (16)$$

17) *Srovės tankiu* vadinamas srovės stipris, tenkantis srovei statmeno skerspjūvio ploto vienetui:

$$j = \frac{dI}{dS_n}. \quad (17 \text{ a})$$

Pagal klasikinę elektroninę teoriją *srovės tankis* laidininke –

$$\vec{j} = qn\vec{u}, \quad (17 \text{ b})$$

čia  $q$  – krūvininko teigiamasis krūvis,  $\vec{u}$  – krūvininkų kryptingo judėjimo vidutinis greitis.

18) Vienalyčio  $L$  ilgio  $S$  skerspjūvio ploto *laidininko varža*:

$$R = \rho \frac{L}{S}, \quad (18)$$

čia  $\rho$  – laidininko medžiagos savitoji varža.

19) *Medžiagos savitosios varžos priklausomybė nuo temperatūros*:

$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha_R t), \quad (19)$$

čia  $\rho_t$  – metalo savitoji varža esant temperatūrai  $t$  °C,  $\rho_0$  – metalo savitoji varža esant 0 °C temperatūrai,  $\alpha_R = \frac{\rho_t - \rho_0}{\rho_0 t}$  – temperatūrinis varžos koeficientas.

20) *Omo dėsnis grandinės daliai*:

$$I = \frac{U}{R}, \quad (20)$$

čia  $I$  – srovės stipris,  $U$  – įtampa grandinės dalies galuose,  $R$  – grandinės dalies varža.

21) *Omo dėsnis visai grandinei*:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}, \quad (21)$$

čia  $\mathcal{E}$  – elektrovara,  $R$  – išorinės grandinės dalies varža,  $r$  – elektrovaros šaltinio vidinė (savoji) varža.

22) *Omo dėsnio integralinė forma:*

$$U_{12} = \mathcal{E}_{12} + \Delta\varphi_{12}, \quad (22)$$

čia  $U_{12} = \int_1^2 (\vec{E} d\vec{l})$  – įtampa (elektrostatinių ir pašalinių jėgų darbas

perkeliant vienetinį elektros krūvį),  $\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 (\vec{E}_{\text{paš.}} d\vec{l})$  – elektrovara

(pašalinių jėgų darbas perkeliant vienetinį elektros krūvį),  $\Delta\varphi_{12}$  – potencialų skirtumas (elektrostatinių jėgų darbas perkeliant vienetinį elektros krūvį).

23) *Pirmoji Kirchhofo taisyklė:*

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0, \quad (23)$$

t. y. į mazgą įtekančių (teigiamųjų) ir iš jo ištekančių (neigiamųjų) srovių algebrinė suma lygi nuliui.

24) *Antroji Kirchhofo taisyklė:*

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{j=1}^k \mathcal{E}_j, \quad (24)$$

t. y. išsišakojusios grandinės bet kurio uždarojo kontūro srovių  $I_i$  sandaugų iš atitinkamų varžų  $R_i$  algebrinė suma yra lygi šio kontūro elektrovarų  $\mathcal{E}_j$  algebrinei sumai.

25) *Džaulio ir Lenco dėsnio integralinė forma:*

$$Q = IUt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t, \quad (25)$$

čia  $Q$  – varžoje  $R$  išsiskiriantis šilumos kiekis,  $I$  – srovė,  $U$  – įtampa,  $t$  – laikas.

## Elektromagnetizmas

26) *Loresco jėga:*

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \vec{B}], \quad (26)$$

čia  $\vec{F}_L$  – jėga, veikianti krūvį  $q$ , kuris juda greičiu  $\vec{v}$   $\vec{B}$  indukcijos magnetiniame lauke.

27) *Ampero dėsnis:*

$$d\vec{F}_A = I[d\vec{l} \vec{B}], \quad (27)$$

čia  $d\vec{F}_A$  – Ampero jėga, veikianti laidininko elementą  $d\vec{l}$ , kuriuo teka srovė  $I$ ,  $\vec{B}$  indukcijos magnetiniame lauke.

28) Dviejų begalinių tiesinių lygiagrečių laidininkų, kuriais teka srovės  $I_1$  ir  $I_2$ , sąveikos jėga (kita *Ampero dėsnio* forma):

$$F_{(I)A} = \frac{dF_A}{dl} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1I_2}{a}, \quad (28)$$

čia  $F_{(I)A}$  – laidininkų ilgio vienetą veikianti Ampero jėga,  $a$  – atstumas tarp laidininkų, magnetinė pastovioji  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$ .

29) *Bio, Savaro ir Laplaso dėsnis:*

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l} \vec{r}]}{r^3}, \quad (29)$$

čia  $d\vec{B}$  – srovės elemento  $I d\vec{l}$  kuriama magnetinė indukcija,  $\vec{r}$  – vektorius, išvestas iš srovės elemento  $I d\vec{l}$  į tiriamąjį lauko tašką.

30) *Tiesinio baigtinio ilgio laidininko srovės magnetinio lauko indukcija:*

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I(\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)}{a}, \quad (30)$$

čia  $I$  – laidininko srovės stipris,  $\varphi_1$  ir  $\varphi_2$  – kampai tarp srovės krypties laidininke ir krypties iš laidininko galų į tiriamąjį tašką,  $a$  – trumpiausias atstumas nuo tiriamojo taško iki laidininko linijos.

31) Tiesinio begalinio laidininko srovės magnetinio lauko indukcija:

$$B_{\infty} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{a} = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi a}. \quad (31)$$

32) Apskritiminės vijos srovės magnetinio lauko indukcija:

$$\text{vijos ašyje } B = \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{I R^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}}, \quad (32 \text{ a})$$

čia  $R$  – vijos spindulys,  $h$  – atstumas nuo tiriamojo taško iki vijos plokštumos;

$$\text{vijos centre } B_C = \mu\mu_0 \frac{I}{2R}. \quad (32 \text{ b})$$

33) Solenoido srovės magnetinio lauko indukcija solenoido ašyje:

baigtinio ilgio solenoido –

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} n I (\cos \beta_1 - \cos \beta_2), \quad (33 \text{ a})$$

čia  $n$  – solenoido ilgio vienetui tenkantis vijų skaičius,  $I$  – solenoido srovė,  $\beta_1$  ir  $\beta_2$  – kampai tarp solenoido ašies ir vektorių  $\vec{r}_1$  ir  $\vec{r}_2$ , jungiančių tiriamąjį tašką su solenoido galais;

begalinio solenoido –

$$B_{\infty} = \mu\mu_0 n I. \quad (33 \text{ b})$$

34) Toroido srovės magnetinio lauko indukcija:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{N I}{R}, \quad (34)$$

čia  $N$  – toroido vijų skaičius,  $I$  – toroido srovės stipris,  $R$  – vidinės apskritiminės toroido ašies spindulys.

35) Magnetinių laukų superpozicijos principas:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i, \quad (35)$$

čia  $\vec{B}$  – visų srovių kuriamo magnetinio lauko indukcija tiriamajame taške,  $\vec{B}_i$  – pavienių srovių kuriamų magnetinių laukų indukcijos šiame taške.

36) *Magnetinės indukcijos vektoriiaus cirkuliacijos teorema* (pilnutinės srovės dėsnis):

$$\oint_{(L)} (\vec{B}_0 d\vec{l}) = \mu_0 \sum_{i=1}^N I_i. \quad (36)$$

37) *Magnetinis srautas  $\Phi_m$  pro baigtinį plotą  $S$ :*

$$\Phi_m = \int_{(S)} d\Phi_m = \int_{(S)} (\vec{B} d\vec{S}). \quad (37)$$

Vienalyčio magnetinio lauko srautas  $\Phi_m$  pro baigtinį plotą  $S$ :

$$\Phi_m = (\vec{B} \vec{S}) = BS \cos \varphi, \quad (37 a)$$

čia  $\vec{B}$  – magnetinė indukcija,  $\varphi$  – kampas tarp magnetinės indukcijos  $\vec{B}$  ir ploto  $S$  normalės.

38) *Gauso teorema, taikoma magnetiniam laukui:*

$$\oint_{(S)} (\vec{B} d\vec{S}) = 0, \quad (38)$$

t. y. magnetinės indukcijos vektoriiaus srautas pro uždarąjį paviršių lygus 0.

39) *Magnetinės indukcijos magnetike  $\vec{B}$  ir magnetinio lauko stiprio  $\vec{H}$  modulių sąsaja:*

$$B = \mu \mu_0 H, \quad (39)$$

čia  $\mu$  – magnetiko santykinė magnetinė skvarba.

40) *Plokščiojo kontūro magnetinis momentas:*

$$\vec{p}_m = IS \vec{n}, \quad (40)$$

čia  $I$  – kontūro srovė,  $S$  – kontūro ribojamas plotas,  $\vec{n}$  – vienetinis ploto normalės vektorius.



41) Darbas perkeliant laidininką, kuriuo teka srovė  $I$ , magnetiniame lauke:

$$A = I \int_0^{\Phi_m} d\Phi_m = I \Phi_m, \quad (41)$$

čia  $\Phi_m$  – magnetinis srautas pro plotą  $S$ , kurį nubrėžia judantis laidininkas.

42) Darbas perkeliant uždarąjį kontūrą, kuriuo teka srovė  $I$ , magnetiniame lauke:

$$A = I \Delta\Phi_m, \quad (42)$$

čia  $\Delta\Phi_m$  – magnetinio srauto pro kontūro ribojamą plotą pokytis.

43) [magnetėjimo vektoriaus  $\vec{J}$  ir magnetinio lauko stiprio  $\vec{H}$  sąsaja:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (43)$$

čia  $\chi$  – medžiagos magnetinis jautris.

44) Medžiagos santykinės magnetinės skvarbos  $\mu$  ir magnetinio jautrio  $\chi$  sąsaja:

$$\mu = 1 + \chi. \quad (44)$$

45) Pagal Faradėjaus (elektromagnetinės indukcijos) dėsnį kontūre indukuojama elektrovara yra lygi magnetinio srauto pro kontūro ribojamą plotą kitimo greičiui, t. y. išvestinei pagal laiką:

$$\mathcal{E}_{ind} = - \frac{d\Phi_m}{dt}, \quad (45 a)$$

Saviindukcijos elektrovara –

$$\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}, \quad (45 b)$$

čia  $L$  – kontūro induktyvumas,  $\frac{dI}{dt}$  – kontūro srovės kitimo greitis.

Abipusės indukcijos elektrovara –

$$\mathcal{E}_{21} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}, \quad \mathcal{E}_{12} = -M_{12} \frac{dI_2}{dt}, \quad (45 c)$$

čia  $M_{12} = M_{21}$  – kontūrų abipusis induktyvumas.

46) *Elektromagnetinių virpesių Tomsono kontūre diferencialinė lygtis:*

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0 \quad (46 \text{ a})$$

arba

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0, \quad (46 \text{ b})$$

čia  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  – virpesių ciklinis dažnis ( $L$  – kontūro induktyvumas,

$C$  – kontūro elektrinė talpa).

Virpesių periodas:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}; \quad (46 \text{ c})$$

virpesių dažnis:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (46 \text{ d})$$

Ritės (kontūro) magnetinio lauko energija:

$$W_m = \frac{LI^2}{2}. \quad (46 \text{ e})$$

47) *Elektromagnetinių virpesių Tomsono kontūre diferencialinės lygties sprendinys:*

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (47)$$

čia  $q_0$  – pradinis (laiko momentu  $t=0$ ) kondensatoriaus krūvis,  $(\omega_0 t + \varphi_0)$  – virpesių fazė laiko momentu  $t$ ,  $\varphi_0$  – virpesių pradinė fazė.

48) *Laisvųjų slopinamųjų elektromagnetinių virpesių diferencialinė lygtis:*

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (48 \text{ a})$$

Šios diferencialinės lygties sprendinys:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (48 \text{ b})$$

čia  $\beta = \frac{R}{2L}$  – virpesių slopinimo koeficientas,  $\lambda = \beta T = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}$  –  
 logaritminis slopinimo dekrementas,  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$  –  
 virpesių ciklinis dažnis.

49) *Omo dėsnis kintamosios srovės grandinei:*

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}} = \frac{\mathcal{E}_0}{Z}, \quad (49)$$

čia  $R$  – kontūro aktyvioji (ominė) varža,  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  – talpinė varža,  
 $X_L = \omega L$  – induktyvioji varža,  $(X_C - X_L)$  – reaktyvioji varža,  
 $Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$  – pilnutinė varža (impedansas).

50) *Kintamosios srovės stiprio ir įtampos amplitudinių ( $I_0$  ir  $U_0$ ) bei efektinių ( $I_{ef.}$  ir  $U_{ef.}$ ) verčių sąsajos:*

$$I_{ef.} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U_{ef.} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}. \quad (50)$$

51) *Kintamosios srovės aktyviojoje varžoje  $R$  per laiką  $t$  išskiriamas šilumos kiekis (Džaulio ir Lenco dėsnis):*

$$Q = I_{ef.}^2 R t. \quad (51)$$

52) *Elektromagnetinės bangos ilgio  $\lambda$ , dažnio  $\nu$  ir greičio  $v$  sąsaja:*

$$\lambda \nu = v. \quad (52)$$

Vakuume  $\lambda \nu = c$  (čia  $c$  – šviesos greitis).

53) *Elektromagnetinės bangos lygtis rašoma elektrinio ir magnetinio laukų stiprio vektoriams  $\vec{E}$  ir  $\vec{H}$ :*

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad \Delta \vec{H} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}, \quad (53)$$

čia  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – Laplaso operatorius,  $c$  – šviesos greitis vakuume.

54) *Elektromagnetinės bangos elektrinio lauko stiprio  $\vec{E}$  ir magnetinio lauko stiprio  $\vec{H}$  akimirkinių reikšmių modulių sąsaja:*

$$\sqrt{\epsilon\epsilon_0} E = \sqrt{\mu\mu_0} H, \quad (54)$$

čia  $\epsilon$  ir  $\mu$  – terpės santykinės elektrinė ir magnetinė skvarbos.

55) *Elektromagnetinės bangos energijos tankis:*

$$w = \epsilon\epsilon_0 E^2, \quad (55)$$

čia  $E$  – bangos elektrinio lauko stiprio akimirkinė reikšmė.

56) *Elektromagnetinės bangos energijos srauto tankio (Pointingo vektoriaus) modulis:*

$$P = wv = EH, \quad (56)$$

čia  $w$  – elektromagnetinės bangos energijos tankis,  $v$  – bangos greitis,  $E$  – bangos elektrinio lauko stipris,  $H$  – bangos magnetinio lauko stipris.

### Banginė optika

57) *Antrosios terpės santykinis lūžio rodiklis pirmosios terpės atžvilgiu:*

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}, \quad (57)$$

čia  $i$  – į dviejų terpių ribą kritusio spindulio kritimo kampas,  $r$  – lūžimo kampas,  $v_1$  ir  $v_2$  – šviesos greičiai pirmojoje ir antrojoje terpėje.

58) *Pagal šviesos interferencijos maksimumo sąlygą: optinis eigos skirtumas lygus sveikajam bangų ilgių vakuume skaičiui (t. y. lyginiam pusbangių vakuume skaičiui):*

$$\delta = m\lambda_0, \quad (58 \text{ a})$$

čia  $m = 0, 1, 2, \dots$  – interferencijos maksimumo eilė.

Pagal šviesos interferencijos minimumo sąlygą: optinis eigos skirtumas lygus nelyginiam pusbangių vakuume skaičiui:

$$\delta = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}, \quad (58 \text{ b})$$

čia  $m = 0, 1, 2, \dots$  – interferencijos minimumo eilė.

59) Atsispindėjusios šviesos interferencijos plonoje plėvelėje maksimumo sąlyga:

$$2d n \cos r = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}, \quad (59 \text{ a})$$

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}; \quad (59 \text{ b})$$

atsispindėjusios šviesos interferencijos plonoje plėvelėje minimumo sąlyga:

$$2d n \cos r = m \frac{\lambda_0}{2}, \quad (59 \text{ c})$$

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} = m \lambda_0, \quad (59 \text{ d})$$

čia (59 a–d) formulėse  $i$  – spindulių kritimo kampas,  $r$  – lūžimo kampas,  $m = 0, 1, 2, \dots$  – interferencijos maksimumo arba minimumo eilė,  $n$  – plėvelės absoliutasis lūžio rodiklis,  $\lambda_0$  – šviesos bangos ilgis vakuume.

Praėjusios pro plėvelę šviesos interferencijos maksimumo sąlyga atitinka atsispindėjusios šviesos interferencijos minimumo sąlygą (59 c, 59 d), o minimumo – maksimumo sąlygą (59 a, 59 b).

60) Difrakcijos plyšyje minimumo sąlyga:

$$b \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda, \quad (60 \text{ a})$$

difrakcijos plyšyje maksimumo sąlyga:

$$b \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (60 \text{ b})$$

čia  $b$  – plyšio plotis,  $\varphi$  – spindulių sklidimo kampas,  $m = 1, 2, \dots$  – difrakcijos minimumo (maksimumo) eilė.

61) *Bugero dėsnis*, nusakantis šviesos intensyvumo sumažėjimo absorbuojančioje terpėje priklausomybę nuo terpės savybių ir sluoksnio storio:

$$I(x) = I_0 e^{-\alpha_{\omega} x}, \quad (61)$$

čia  $I_0$  – į terpę krintančios šviesos intensyvumas,  $I(x)$  – terpės  $x$  storio sluoksnį praėjusios šviesos intensyvumas,  $\alpha_{\omega}$  – nuo terpės savybių ir šviesos dažnio priklausantis sugerties koeficientas.

62) *Maliu dėsnis*:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (62)$$

čia  $I_0$  – į analizatorių įeinančios poliarizuotosios šviesos intensyvumas,  $I$  – iš analizatoriaus išeinančios poliarizuotosios šviesos intensyvumas,  $\varphi$  – kampas tarp poliarizatoriaus ir analizatoriaus poliarizacijos plokštumų.

### Fotometrija

63) *Šviesos srautas* lygus šviesos stiprio  $I_{sv}$  sandaugai iš erdvinio kampo  $\Delta\Omega$ , kuriame sklinda šviesa:

$$\Phi_{sv} = I_{sv} \Delta\Omega, \quad (63)$$

64) *Apšvieta* lygi į apšviečiamo paviršiaus ploto vienetą krintančiam šviesos srautui:

$$E_{sv} = \frac{d\Phi_{sv}}{dS}, \quad (64)$$

65) Pagal *apšvietos dėsnį* taškinis šaltinis, kurio šviesos stipris  $I_{sv}$ , atstumu  $r$  esančiame paviršiaus taške sukelia apšvietą

$$E_{sv} = \frac{I_{sv}}{r^2} \cos i, \quad (65)$$

čia  $i$  – spindulių kritimo kampas.

66) *Žmogaus akies santykinis spektrinis jautris*:

$$V_{sant}(\lambda) = \frac{V(\lambda)}{V_{\max}(\lambda)}, \quad (66)$$

čia  $V_{\max}(\lambda)$  – didžiausias žmogaus akies jautris, atitinkantis bangos ilgį  $\lambda = 5,55 \times 10^{-7}$  m (geltonai žalia šviesa),  $V(\lambda)$  – akies jautris tam tikro bangos ilgio šviesai.

### Kvantinė optika

67) *Energiniu šviesiu* vadinama energija  $E_T$ , išspinduliuojama iš kūno paviršiaus ploto vieneto per laiko vienetą visame bangų ilgių (kartu ir dažnių) ruože:

$$R_T = \frac{d^2 E_T}{dS dt} = \frac{dW_T}{dS}, \quad (67)$$

čia  $W_T$  – iš kūno paviršiaus spinduliuojama galia.

68) *Kūno emisijos (spinduliavimo) geba* arba *spinduliuotės spektriniu tankiu* vadinamas vienetiniame dažnių (arba bangų ilgių) intervalui tenkantis energinis šviesis:

$$r_{\nu,T} = \frac{dR_T}{d\nu}, \quad (68 a)$$

arba

$$r_{\lambda,T} = \frac{dR_T}{d\lambda}. \quad (68 b)$$

69) *Kūno absorbcijos (sugerties) geba* rodo, kokią elektromagnetinių bangų energijos dalis yra sugerama dažnių ruože nuo  $\nu$  iki  $\nu + d\nu$ :

$$a_{\nu,T} = \frac{dE_{\nu,T \text{ sug.}}}{dE_{\nu,T}}. \quad (69)$$

70) Pagal *Stefano ir Bolcmano dėsnį* absoliučiai juodo kūno (a. j. k.) energinis šviesis yra tiesiog proporcingas kūno absoliučiajai temperatūrai ketvirtuoju laipsniu:

$$R_T^* = \sigma T^4, \quad (70 a)$$

čia  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$  – Stefano ir Bolcmano konstanta.

Jeigu spinduliuojančio a. j. k. absoliučioji temperatūra  $T$  ir aplinkos absoliučioji temperatūra  $T_0$  skiriasi mažai, *Stefano ir Bolcmano dėsnis* užrašomas taip:

$$R_T^* = \sigma(T^4 - T_0^4). \quad (70 \text{ b})$$

71) *Pilkojo kūno energinis šviesis* –

$$R_T = a_T R_T^*, \quad (71)$$

čia  $R_T^*$  – a. j. k. energinis šviesis tame pačiame spektro ruože esant tai pačiai temperatūrai.

72) Pagal *Vyno poslinkio dėsnį* bangos ilgis, atitinkantis absoliučiai juodo kūno emisijos gebos maksimumą, atvirkščiai proporcingas kūno absoliučiajai temperatūrai:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad (72)$$

čia  $b = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$  – Vyno konstanta.

73) *Kvanto energija* –

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (73)$$

čia  $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J s}$  – Planko konstanta,  $\nu$  – šviesos bangos dažnis.

74) *Einšteino lygtis išoriniam fotoefektui*:

$$h\nu = A_{isl.} + \frac{m_e v_{\max}^2}{2}, \quad (74)$$

čia  $h\nu$  – fotono energija,  $A_{isl.}$  – elektrono išlaisvinimo darbas,  $\frac{m_e v_{\max}^2}{2}$  – didžiausioji išlaisvinto fotoelektrono kinetinė energija.

75) *Šviesos slėgis*:

$$p = \frac{E_{en.}(1 + \rho)}{c}, \quad (75)$$

čia  $E_{en.}$  – paviršiaus energinė apšvieta,  $\rho$  – atspindžio koeficientas,  $c$  – šviesos greitis vakuume.



76) Komptono reiškinyje išsklaidyto fotono bangos ilgis pakinta dydžiu –

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_{e0}c}(1 - \cos\theta), \quad (76)$$

čia  $h$  – Planko konstanta,  $m_{e0} = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$  – elektrono rimties masė,  $c$  – šviesos greitis vakuume,  $\theta$  – fotonų sklaidos kampas.

### Atomo fizika ir kvantinės mechanikos elementai

77) Vandenilio spektro linijų dažniai Boro teorijoje:

$$\nu_{mn} = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (77)$$

čia  $R = 3,29 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$  – Rydbergo konstanta; sveikasis skaičius  $n$  nusako linijų seriją ( $n=1$  – Laimano,  $n=2$  – Balmerio,  $n=3$  – Pašeno, ...), sveikasis skaičius  $m = n+1, n+2, n+3, \dots$  nusako linijos numerį serijoje.

78) Boro teorijoje leistinių elektrono orbitų spindulių diskrečios reikšmės:

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e Z e^2} n^2, \quad (78 \text{ a})$$

čia  $h$  – Planko konstanta,  $Z|e|$  – atomo branduolio krūvis,  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$  – elektrinė pastovioji,  $n = 1, 2, 3, \dots$  – orbitos numeris (pagrindinis kvantinis skaičius);

elektrono greičiai orbitose:

$$v_n = |e| \sqrt{\frac{Z}{4\pi\epsilon_0 r_n m_e}} \cdot \frac{1}{n} = \frac{Z e^2}{2\epsilon_0 h} \cdot \frac{1}{n}. \quad (78 \text{ b})$$

79) Kiekvieną dalelę atitinka banga, kurios vadinamasis de Broilio bangos ilgis –

$$\lambda_{Br.} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}, \quad (79)$$

čia  $h$  – Planko konstanta,  $p = mv$  – dalelės impulsas.

80) Heizenbergo neapibrėžtumų sąryšis rodo, kad neįmanoma tuo pačiu laiko momentu tiksliai nustatyti mikrodalelės koordinatės ir impulso:

$$\Delta x \Delta p_x \geq h, \quad (80)$$

čia  $\Delta x$  – dalelės koordinatės neapibrėžtumas,  $\Delta p_x$  – dalelės impulso projekcijos į šią koordinatę neapibrėžtumas.

81) Be galo gilioje potencialo duobėje esančios dalelės energija:

$$E_n = \frac{h^2}{8mb^2} n^2. \quad (81)$$

čia  $m$  – dalelės masė,  $n = 1, 2, 3, \dots$  – pagrindinis kvantinis skaičius, nusakantis leistinas mikrodalelės energijos lygmenų reikšmes,  $b$  – potencialo duobės plotis.

82) Stacionarioji Šrėdingerio lygtis:

$$\Delta \psi + \frac{2m_e}{h^2} (E - U) \psi = 0, \quad (82 \text{ a})$$

čia  $m_e$  – elektrono masė,  $E$  – elektrono pilnutinė energija,  $U$  – jo potencialinė energija.

Spręsdami (82 a) lygtį, gauname *elektrono vandeniliškajame jone energijų tikrines vertes*  $E_n$ , kurios sudaro diskretųjį rinkinį:

$$E_n = -\frac{Z^2 e^4 m_e}{8 \epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}, \quad (82 \text{ b})$$

čia  $Z|e|$  – atomo branduolio elektros krūvis;  $m_e$  – elektrono masė;  $n = 1, 2, 3, \dots$  – pagrindinis kvantinis skaičius.

83) Fermio lygmens energija:

$$E_F = \frac{h^2}{8m_e} \left( \frac{3n_e}{\pi} \right)^{2/3}, \quad (83)$$

čia  $h$  – Planko konstanta,  $m_e$  – elektrono masė,  $n_e$  – laisvųjų elektronų koncentracija.

84) *Puslaidininkų savitasis laidumas* eksponentiškai didėja temperatūrai kylant:

$$\gamma = \gamma_0 e^{-\Delta E_g / 2kT}, \quad (84)$$

čia  $\gamma_0$  – tam tikram puslaidininkui būdingas dydis,  $\Delta E_g$  – draustinės energijos juostos plotis,  $k = 1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$  – Bolcmano konstanta,  $T$  – absoliučioji temperatūra.

### Branduolio fizika

85) *Branduolio spindulys* nusakomas empirine formule –

$$R = R_0 A^{1/3}, \quad (85)$$

čia  $R_0 \cong (1,2 \div 1,5) \times 10^{-15} \text{ m}$ ,  $A$  – branduolio masės skaičius.

86) Iš  $Z$  protonų ir  $(A - Z)$  neutronų sudaryto  $m_{br}$  masės *branduolio masės defektas* –

$$\Delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - m_{br}, \quad (86)$$

čia  $m_p$  ir  $m_n$  – protono ir neutrono masės.

87) *Branduolio ryšio energija*:

$$E_r = \Delta m c^2, \quad (87)$$

čia  $\Delta m$  – branduolio masės defektas,  $c$  – šviesos greitis vakuume.

88) *Branduolio savitoji ryšio energija* – vienam nuklonui tenkanti ryšio energija:

$$\varepsilon_r = \frac{E_r}{A}, \quad (88)$$

čia  $E_r$  – branduolio ryšio energija,  $A$  – jo masės skaičius.

89)  $\alpha$  skilimas vyksta pagal tokią schemą:



čia  ${}^A_Z X$  – pirminis branduolys,  ${}^{A-4}_{Z-2} Y$  – antrinis branduolys.

90)  $\beta^-$  (elektroninis) skilimas vyksta pagal tokią schemą:



čia  ${}^0_{-1} e$  – elektronas (t. y.  $\beta^-$  dalele);  ${}^0_0 \bar{\nu}_e$  – antineutrinas.

Nuklonų virsmas  $\beta^-$  skilimo metu:



91)  $\beta^+$  (pozitroninis) skilimas vyksta pagal tokią schemą:



čia  ${}^0_{+1} e$  – pozitronas (t. y.  $\beta^+$  dalelė – elektrono antidalelė, jos masė lygi elektrono masei, o krūvis lygus elektrono krūviui su teigiamuoju ženklu),  ${}^0_0 \nu_e$  – neutrinas.

Nuklonų virsmas vykstant  $\beta^+$  skilimui:



92) Radioaktyviojo skilimo dėsnis:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (92 \text{ a})$$

čia  $N_0$  – pradinis (laiko momentu  $t = 0$ ) nesuskilusių radioaktyviųjų branduolių skaičius,  $N$  – nesuskilusių branduolių skaičius laiko momentu  $t$ ,  $\lambda$  – izotopo radioaktyviojo skilimo konstanta.

Kita radioaktyviojo skilimo dėsnio forma, išreikšta pusėjimo trukme  $T_{0,5}$ :

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}}. \quad (92 \text{ b})$$

93) Radioaktyviojo skilimo konstantos  $\lambda$  ir pusėjimo trukmės  $T_{0,5}$  sąsaja:

$$T_{0,5} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (93)$$

94) Radioaktyviosios medžiagos tam tikro kiekio (mėginio) *aktyvumas*  $A$  lygus tikėtinų radioaktyviųjų skilimų skaičiui per laiko vienetą:

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right|. \quad (94)$$

95) Radioaktyviosios medžiagos *aktyvumo*  $A$ , radioaktyviojo skilimo konstantos  $\lambda$  ir radioaktyviųjų branduolių skaičiaus  $N$  sąsaja:

$$A = \lambda N. \quad (95)$$

96) Radioaktyviosios medžiagos *aktyvumo*  $A$  kitimas laikui bėgant:

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}, \quad (96)$$

čia  $A_0 = \lambda N_0$  – pradinis (laiko momentu  $t=0$ ) medžiagos aktyvumas.

97) Medžiagos masės vieneto aktyvumas vadinamas *savituoju aktyvumu*:

$$A_m = \frac{A}{m} = \frac{\lambda N}{m}. \quad (97)$$

98) Siaurojo  $\gamma$  spinduliuotės pluošto intensyvumas medžiagoje eksponentiškai mažėja pagal šį dėsnį:

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (98)$$

čia  $I_0$  – į medžiagą krintančių,  $I$  – medžiagos  $x$  storio sluoksnį praėjusios  $\gamma$  spinduliuotės intensyvumas,  $\mu$  –  $\gamma$  spinduliuotės silpimo koeficientas.

## Elektrostatika

1. Raskime, kiek kartų elektrostatinė traukos tarp protono ( $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $q_p = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ) ir elektrono ( $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ) jėga yra didesnė už šių dalelių gravitacinę traukos jėgą.

*Sprendimas.* Pagal Kulono dėsnį (1) elektrostatinė traukos tarp protono ir elektrono jėga (vakuumo  $\epsilon = 1$ ):

$$|F| = k \frac{q_p |e|}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}. \quad (\text{a})$$

Pagal visuotinės traukos dėsnį gravitacinė traukos tarp protono ir elektrono jėga:

$$F_{gr.} = G \frac{m_p m_e}{r^2}, \quad (\text{b})$$

čia  $G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$  – gravitacijos konstanta.

Elektrostatinės ir gravitacinės sąveikos tarp protono ir elektrono jėgų santykis:

$$\frac{|F|}{F_{gr.}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 G} \frac{e^2}{m_p m_e} = 2,3 \times 10^{39}. \quad (\text{c})$$

*Rezultatų analizė.* Matome, kad nagrinėjamų dalelių elektrostatinės ir gravitacinės sąveikos jėgų santykis nepriklauso nuo atstumo tarp sąveikaujančių dalelių, nes abi jėgos kinta atvirkščiai proporcingai atstumo tarp dalelių kvadratui.

Elektrostatinė sąveikos jėga yra nepalyginti didesnė už gravitacinę jėgą. Būtent elektrostatinės jėgos iš esmės lemia mikropasaulio objektų (atomo branduolių bei jų elektroninių apvalkalų, atomų ir molekulių) tarpusavio sąveiką. Makropasaulyje ši sąveika pasireiškia kaip reakcijos, trinties, klampos, elektringųjų makroskopinių kūnų traukos ar stūmos jėgos. Kartu makropasaulyje veikia ir gravitacijos (sunkio) jėga. Megapasaulyje (planetų sistemų, galaktikų, visos Visatos) struktūrą lemia tik gravitacijos jėga.

2. Du teigiamieji ir du neigiamieji vienodo absoliutaus dydžio  $|q|=10^{-12}\text{C}$  krūviai yra 0,01 m kraštinės kvadrato viršūnėse (1 pav.). Raskime elektrosstatinio lauko stiprį kvadrato centre ( $\epsilon = 1$ ).

Žinoma:  $q_1 = q_2 = 10^{-12}\text{C}$ ,  $q_3 = q_4 = -10^{-12}\text{C}$ ,  $a = 0,01\text{ m}$ .

Rasti:  $\vec{E}$ .

Sprendimas. Pagal superpozicijos principą (3) elektrosstatinio lauko stipris kvadrato centre lygus keturių krūvių kuriamų laukų stiprių sumai:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4. \quad (\text{a})$$

Atstumas nuo visų krūvių iki kvadrato centro yra vienodas ir lygus

$$r = \frac{a}{\sqrt{2}}. \quad (\text{b})$$

Visų lauko stiprio vektorių ilgiai vienodi, nes jie kuriami vienodų modulių krūvių, t. y. pagal (2 a):

$$E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = k \frac{|q|}{r^2} = k \frac{2|q|}{a^2}. \quad (\text{c})$$

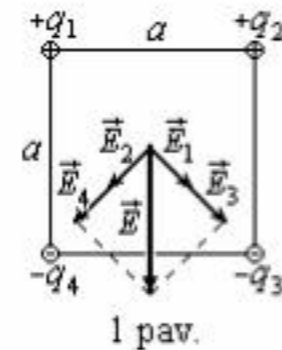
Pavienių krūvių kuriamų laukų stipriai nukreipti nuo teigiamųjų (viršutinių) krūvių į neigiamuosius (apatinius) krūvius. 1 pav. sumavimo patogumui neigiamųjų krūvių laukų stiprių vektoriai perkelti taip, kad jų pradžios sutaptų su teigiamųjų krūvių laukų stiprių vektoriais.

Iš 1 pav. matyti, kad atstojamojo elektrosstatinio lauko stiprio modulis kvadrato centre lygus keturių vektorių projekcijų į vertikale sumai:

$$E = 4E_1 \cos 45^\circ = k \frac{8q}{a^2} \cos 45^\circ = 510 \left( \frac{\text{N}}{\text{C}} \right). \quad (\text{d})$$

Rezultatų analizė. Toks elektrosstatinio lauko stipris apytikriai 4 kartus didesnis už stiprį ties Žemės paviršiumi.

Jei krūviai būtų vienodo ženklo, kvadrato centre lauko stipris būtų lygus 0.



3. Krūvio  $q_0 = 10^{-6} \text{C}$  elektrostatiniame lauke vakuume iš taško, kuriame lauko stipris  $E_1 = 100 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ , į tašką, kuriame  $E_2 = 50 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ , perkeltas krūvis  $q = -10^{-7} \text{C}$ . Raskime atliktą darbą.

Žinoma:  $q_0 = 10^{-6} \text{C}$ ,  $q = -10^{-7} \text{C}$ ,  $E_1 = 100 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ ,  $E_2 = 50 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ .

Rasti:  $A$ .

Sprendimas

Darbą perkeliant krūvį  $q$  elektrostatiniame lauke randame pagal (4) formulę:

$$A = q\Delta\varphi_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (\text{a})$$

Krūvio  $q_0$  kuriamo elektrostatinio lauko potencialas  $i$ -ajame taške (žr. (5) formulę):

$$\varphi_i = k \frac{q_0}{r_i}. \quad (\text{b})$$

Atstumus nuo krūvio  $q_0$  iki taškų 1 ir 2 išreiškiame iš (2 a):

$$r_1 = \sqrt{\frac{k q_0}{E_1}}, \quad (\text{c})$$

$$r_2 = \sqrt{\frac{k q_0}{E_2}}. \quad (\text{d})$$

1 ir 2 taškų potencialus gauname, įrašę (c) bei (d) į (b):

$$\varphi_1 = \sqrt{k q_0} \sqrt{E_1}, \quad (\text{e})$$

$$\varphi_2 = \sqrt{k q_0} \sqrt{E_2}. \quad (\text{f})$$

Įrašome (d) į (a) ir apskaičiuojame darbą:

$$A = q \Delta\varphi_{12} = q\sqrt{k q_0} (\sqrt{E_1} - \sqrt{E_2}) = -2,8 \times 10^{-5} \text{ (J)}. \quad (\text{g})$$

*Rezultatų analizė.* Neigiamasis darbo ženklas gaunamas todėl, kad tolinant neigiamąjį krūvį nuo teigiamojo darbą atlieka išorinė jėga, nugalėdama krūvių traukos jėgą. Pabrėžtina, kad darbas nepriklauso nuo keliamo krūvio trajektorijos, nes elektrostatinė jėga yra konservatyvioji (potencinė).

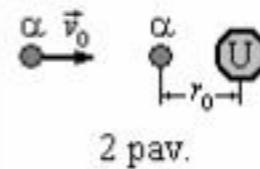


4. Alfa dalelė ( $m_\alpha = 6,7 \times 10^{-27}$  kg,  $q_\alpha = 3,2 \times 10^{-19}$  C) greičiu  $v_0 = 1,2 \times 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  juda link urano branduolio ( $q_U = 1,5 \times 10^{-17}$  C). Kokiu mažiausiu atstumu  $r_0$  dalelė gali priartėti prie branduolio (2 pav.) ?

Žinoma:  $m_\alpha = 6,7 \times 10^{-27}$  kg,  $q_\alpha = 3,2 \times 10^{-19}$  C,  $q_U = 1,5 \times 10^{-17}$  C,  $v_0 = 1,2 \times 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Rasti:  $r_0$ .

Sprendimas. Pagal Kulono dėsnį (1) tarp alfa dalelės ir branduolio teigiamųjų elektros krūvių veikia stūmos jėga. Laikykime, kad sistemos „alfa dalelė – branduolys“ potencinė energija lygi nuliui, kai alfa dalelė yra be galo nutolusi nuo branduolio. Alfa dalelei artėjant prie branduolio, jos kinetinė energija virsta potencine. Mažiausiu atstumu prie branduolio priartėjusios alfa dalelės kinetinė energija lygi nuliui, o sistemos „alfa dalelė – branduolys“ potencinė energija apskaičiuojama pagal (6):



2 pav.

$$W_0 = k \frac{q_\alpha q_U}{r_0}. \quad (\text{a})$$

Pagal energijos tvermės dėsnį

$$E_{k0} = E_{p0}, \quad (\text{b})$$

t. y.

$$\frac{m_\alpha v_0^2}{2} = k \frac{q_\alpha q_U}{r_0}. \quad (\text{c})$$

Iš (c) apskaičiuojame atstumą  $r_0$ :

$$r_0 = k \frac{2q_\alpha q_U}{m_\alpha v^2} = 9,0 \times 10^{-14} \text{ (m)}. \quad (\text{d})$$

Rezultatų analizė. Toks atstumas yra maždaug 10 kartų didesnis už urano branduolį (2 pav. mastelis neišlaikytas).

Sprendami taikėme klasikinę kinetinės energijos formulę, nes alfa dalelės greitis yra daug mažesnis už šviesos greitį vakuume.

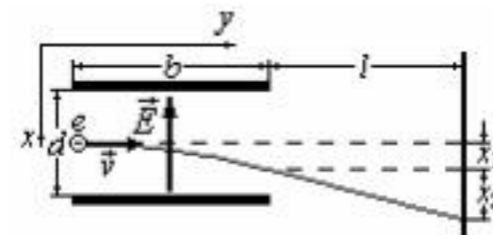
5. Elektronas ( $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ) vakuume greičiu  $v_y = 5 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  įlekia į plokščiąjį kondensatorių statmenai elektrostatinio lauko jėgų linijoms ( $y$  ašies kryptimi, 3 pav.). Kondensatoriaus elektrodų potencialų skirtumas  $\Delta\varphi = 10 \text{ V}$ , atstumas tarp elektrodų  $3 \text{ cm}$ , jų ilgis  $6 \text{ cm}$ . Kondensatoriaus lauko nukreiptas elektronas pataiko į ekraną, esantį  $25 \text{ cm}$  atstumu nuo kondensatoriaus. Raskime elektrono nuokrypį ekrane  $\Delta x$ . Kondensatoriaus lauką laikome vienalyčiu.

Žinoma:  $\varepsilon = 1$ ,  $v_y = 5 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,  $d = 0,03 \text{ m}$ ,  $b = 0,06 \text{ m}$ ,  $l = 0,25 \text{ m}$ ,

$\Delta\varphi = 10 \text{ V}$ ,  $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ .

Rasti:  $\Delta x$ .

Sprendimas. Kondensatoriaus viduje elektroną veikia elektrostatinio



3 pav.

lauko jėga  $F = |e|E$ . Šios jėgos veikiamas elektronas įgyja teigiamojo elektrodo link ( $x$  ašies kryptimi) pagreitį

$$a = \frac{F}{m_e} = \frac{|e|E}{m_e}. \quad (\text{a})$$

Laikydami lauką kondensatoriaus viduje vienalyčiu, lauko stiprį išreiškiame elektrodų potencialu skirtumu  $\Delta\varphi$  ir atstumu  $d$  pagal (7 b):

$$E = \frac{\Delta\varphi}{d}. \quad (\text{b})$$

Įrašome (b) į (a):

$$a = \frac{|e|E}{m_e} = \frac{|e|\Delta\varphi}{m_e d}. \quad (\text{c})$$

Elektrono nuokrypis statmenai elektrodams ( $x$  ašies kryptimi) kondensatoriaus viduje apskaičiuojamas taip:

$$x_1 = \frac{at_1^2}{2} = \frac{|e|\Delta\varphi b^2}{2m_e d v_y^2}, \quad (\text{d})$$

čia  $t_1 = \frac{b}{v_y}$  – laikas, per kurį elektronas pralekia pro kondensatorium.

Išlekiančio iš kondensatoriaus elektrono greičio komponentė  $x$  ašies kryptimi lieka pastovi ir, atsižvelgiant į (c), lygi

$$v_x = at_1 = \frac{|e|\Delta\phi b}{m_e d v_y}. \quad (\text{e})$$

Kartu elektronas juda  $y$  ašies kryptimi pastoviu greičiu  $v_y$  ir nulekia nuo kondensatoriaus iki ekrano per laiką  $t_2 = \frac{l}{v_y}$ . Per šį laiką

elektronas nukrypsta dydžiu

$$x_2 = v_x t_2 = \frac{|e|\Delta\phi b l}{m_e d v_y^2}. \quad (\text{f})$$

Elektrono nuokrypis ekrane susideda iš nuokrypių kondensatoriaus viduje ir už kondensatoriaus ribų:

$$\Delta x = x_1 + x_2 = \frac{|e|\Delta\phi b^2}{2m_e d v_y^2} + \frac{|e|\Delta\phi b l}{m_e d v_y^2} = \frac{|e|\Delta\phi b(b+2l)}{2m_e d v_y^2} = 3,9 \times 10^{-2} \text{ (m)}. \quad (\text{g})$$

*Rezultatų analizė.* Apibendrinkime sprendimo rezultatus bet kokiai elektringajai dalelei. Dalelės nuokrypis kondensatoriaus viduje tiesiog proporcingas jos savitajam krūviui (krūvio ir masės santykiui), elektrostatinio lauko kondensatoriaus viduje stipriui ( $E = \frac{\Delta\phi}{d}$ ), atvirkščiai proporcingas dalelės greičio dedamosios, nukreiptos išilgai elektrodų, kvadratui (kuo greičiau dalelė pralekia pro kondensatorių, tuo mažiau ji nukrypsta kondensatoriaus viduje ir tuo mažesnė yra dalelės greičio dedamoji  $x$  ašies kryptimi). Nuokrypis priklauso taip pat nuo kondensatoriaus elektrodų ilgio bei atstumo nuo kondensatoriaus iki ekrano. Vadinasi, nukreipiant į kondensatorių lygiagrečių žinomų savitųjų krūvių elektringųjų dalelių srautą, pagal dalelių pasiskirstymą ekrane galima nustatyti jų pasiskirstymą pagal greičius.

6. Du taškiniai krūviai sąveikauja vakuume. Kiek kartų reikia pakeisti atstumą tarp krūvių, kad jų sąveikos jėga vandenyje būtų tokia pat (vandens santykinė dielektrinė skvarba  $\epsilon = 81$ )?

Žinoma:  $F_1 = F_2$ ,  $\epsilon = 81$ .

Rasti:  $\frac{r_2}{r_1}$ .

Sprendimas. Taikome Kulono dėsnį (1). Pagal sąlygą taškinių krūvių sąveikos jėga vakuume atstumu  $r_1$  turi būti lygi jų sąveikos jėgai vandenyje atstumu  $r_2$ :

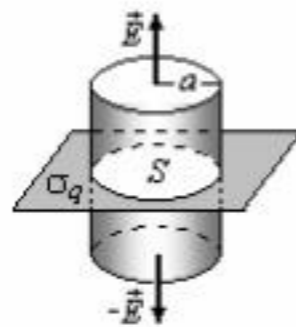
$$k \frac{q_1 q_2}{r_1^2} = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r_2^2}. \quad (\text{a})$$

Iš (a) gauname:

$$\frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{1}{\epsilon}} = \frac{1}{9}. \quad (\text{b})$$

Rezultatų analizė. Elektros krūvių elektrostatinės sąveikos jėga vandenyje sumažėja 81 kartą, palyginti su sąveika vakuume. Vadinasi, norint gauti tokią pat sąveikos jėgą, atstumas tarp krūvių turi būti sumažintas 9 kartus.

7. Raskime begalinės įelektrintos plokštumos (4 pav.) kuri-



4 pav.

amo elektrostatinio lauko stiprį (plokštuma laikytina begaline, jei nagrinėjamo lauko taško atstumas iki plokštumos yra daug mažesnis už jos matmenis). Plokštumos paviršinis teigiamojo krūvio tankis yra

$$\sigma_q = 10^{-10} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}.$$

Žinoma:  $\sigma_q = 10^{-10} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$ .

Rasti:  $E$ .

Sprendimas. Pasirinkime uždarąjį paviršių, kuris yra plokštumai statmeno ritinio formos, ir plokštuma kerta jį per pusę (4 pav.

pavaizduotas plokštumos fragmentas). Dėl simetrijos plokštumos kuriamo lauko stiprio vektoriai  $\vec{E}$  turi būti statmeni plokštumai ( $\varphi = 0^\circ$ ), vadinasi, jėgų linijos kerta tik ritinio pagrindus, kurių bendrasis plotas

$$2S = 2\pi a^2, \quad (\text{a})$$

čia  $a$  – ritinio spindulys.

Lauko stiprio vektoriaus srautas (8 b) pro abu pagrindus

$$\Phi_E = 2ES = 2\pi a^2 E. \quad (\text{b})$$

Pabrėžtina, kad ir lauko stiprio vektoriai, ir normalės  $\vec{n}$  ties viršutiniu ir apatiniu pagrindais yra priešingų krypčių, todėl srautai pro apatinį ir viršutinį pagrindą yra teigiamieji.

Ritinio viduje yra krūvis

$$q = \sigma_q S = \pi a^2 \sigma_q. \quad (\text{c})$$

Taikome nagrinėjamam atvejui Gauso teoremą (9):

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\pi a^2 \sigma_q}{\epsilon_0}. \quad (\text{d})$$

Palyginę (b) ir (d), gauname:

$$2\pi a^2 E = \frac{\pi a^2 \sigma_q}{\epsilon_0}. \quad (\text{e})$$

Iš (e) gaunamas įelektrintos plokštumos lauko stipris:

$$E = \frac{\sigma_q}{2\epsilon_0} = 5,6 \left( \frac{\text{N}}{\text{C}} \right). \quad (\text{f})$$

*Rezultatų analizė.* Įelektrintos begalinės plokštumos lauko stipris nepriklauso nuo atstumo iki jos (spręsdami netaikėme ritinio aukščio reikšmės), t. y. šiuo atveju visoje erdvėje elektrostatinis laukas yra vienalytis.

Įelektrintos begalinės plokštumos elektrostatinio lauko stiprio vektoriaus kryptį lemia plokštumos krūvio ženklas. Teigiamai įelektrintos begalinės plokštumos elektrostatinio lauko stiprio vektorius nukreiptas nuo plokštumos, neigiamai – į ją.

8. Tarpas tarp plokščiojo kondensatoriaus elektrodų  $d = 1 \text{ cm}$  užpildytas parafinu ( $\varepsilon = 2$ ). Didžiausioji elektrostatinio lauko stiprio reikšmė, kuriai esant dar neįvyksta parafino pramušimas,  $E_{\max} = 2,5 \times 10^7 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ . Raskime didžiausią leistiną potencialų skirtumą tarp elektrodų. Kam yra lygus elektrostatinio lauko energijos tankis šiuo atveju? Kam lygi kondensatoriaus elektrostatinio lauko energija, jei jo elektrodo plotas  $S = 10^{-2} \text{ m}^2$ ? Kam lygi tokio kondensatoriaus elektrinė talpa?

Žinoma:  $\varepsilon = 2$ ,  $d = 10^{-2} \text{ m}$ ,  $E_{\max} = 2,5 \times 10^7 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ,  $S = 10^{-2} \text{ m}^2$ .

Rasti:  $\Delta\varphi_{\max}$ ,  $W$ ,  $C$ .

Sprendimas. Pagal (7 b) vienalyčiam kondensatoriaus laukui galioja

$$\Delta\varphi_{\max} = E_{\max}d = 2,5 \times 10^5 \text{ V}. \quad (\text{a})$$

Kondensatoriaus elektrostatinio lauko energijos tankį randame pagal (15) formulę:

$$w_e = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E_{\max}^2}{2} = 5,5 \left( \frac{\text{kJ}}{\text{m}^3} \right). \quad (\text{b})$$

Norėdami palyginti, pažymėkime, kad toks energijos tankis atitinka vandens vidinės energijos tankio pokytį padidėjus temperatūrai vos  $\Delta T \approx 1,3 \times 10^{-3} \text{ K}$ .

Kondensatoriaus elektrostatinio lauko energiją išreiškiame jos tankiu ir kondensatoriaus tūriu  $V = Sd$ :

$$W = w_e V = w_e S d = 0,55 \text{ (J)}. \quad (\text{c})$$

Pagal (12) plokščiojo kondensatoriaus elektrinė talpa

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} = 1,8 \times 10^{-11} \text{ (F)} = 18 \text{ (pF)}. \quad (\text{d})$$

*Rezultatų analizė.* Iš (c) matome, kad kondensatoriaus elektrostatinio lauko energijos tankis, kartu ir energija, tiesiog proporcingi kondensatoriaus dielektriko santykinei dielektrinei skvarbai  $\varepsilon$ . Didesnės talpos, kartu ir energijos tankio, kondensatoriuose taikomi didesnės santykinės dielektrinės skvarbos dielektrikai (pavyzdžiui, žėrutis).

9. Druskos rūgšties (HCl) molekulės inercijos momentas  $I = 2,7 \times 10^{-47} \text{ kg m}^2$ , jos dipolinis momentas  $p_e = 3,4 \times 10^{-31} \text{ Cm}$ . Kokį kampinį pagreitį  $\varepsilon$  (nepainiokime su tokiu pat santykinės dielektrinės skvarbos žymeniu) įgyja ši molekulė, kai patenka į molekulės ašiai statmeną  $10 \frac{\text{N}}{\text{C}}$  stiprio elektrosstatinį lauką?

Žinoma:  $I = 2,7 \times 10^{-47} \text{ kg m}^2$ ,  $p_e = 3,4 \times 10^{-31} \text{ Cm}$ ,  $E = 10 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ .

Rasti:  $\varepsilon$ .

Sprendimas. Laikykime molekulę kietuoju dipoliu, t. y. tokiu, kurio petys, kartu ir dipolinis momentas, nekinta (5 pav.).

Pagal (10)  $\vec{E}$  stiprio elektrosstatiniame lauke dipolinę molekulę veikia jėgos momentas, kurio modulis

$$M = p_e E \sin \alpha, \quad (\text{a})$$

čia  $p_e$  – molekulės dipolinis momentas,  $\alpha$  – kampas tarp dipolinio momento ir lauko stiprio vektorių.

Pagal uždavinio sąlygą  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\sin \alpha = 1$ , todėl

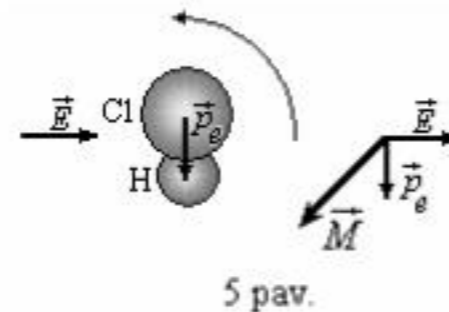
$$M = p_e E. \quad (\text{b})$$

Pagal pagrindinį sukamojo judėjimo dinamikos dėsnį šis jėgos momentas suteikia molekulei kampinį pagreitį:

$$\varepsilon = \frac{M}{I} = \frac{p_e E}{I} = 1,3 \times 10^{17} (\text{s}^{-2}). \quad (\text{c})$$

Rezultatų analizė. 4 pav. pavaizduotas jėgos momentas  $\vec{M}$ , nukreiptas statmenai paveiklo plokštumai į mus. Jėgos momentas pasuka molekulę rodykle nurodyta kryptimi.

Šiame uždavinyje nagrinėjome paviene molekulę, nepaisydami jos sąveikos su kitomis molekulėmis. Didelė kampinio pagreičio reikšmė rodo, kad mikropasaulio vyksmų trukmė yra labai maža palyginti su makropasauliu.





**10.** Plokščiojo kondensatoriaus elektrodo krūvis  $q = 10^{-9} \text{ C}$ , elektrodo plotas  $S = 8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ , atstumas tarp elektrodų  $d = 5 \text{ mm}$ . Tarp elektrodų esančios dielektriko plokštelės santykinė dielektrinė skvarba  $\epsilon = 7$ . Kiek pasikeičia kondensatoriaus energija, kai dielektriko plokštelę ištraukiame iš kondensatoriaus?

*Žinoma:*  $q = 10^{-9} \text{ C}$ ,  $S = 8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ ,  $d = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$ ,  $\epsilon = 7$ .

*Rasti:*  $\Delta W_e$ .

*Sprendimas.* Į kondensatoriaus energijos formulę (14) įrašę plokščiojo kondensatoriaus elektrinės talpos išraišką (12), gauname, kad esant dielektriko plokštei kondensatoriaus energija

$$W_{e1} = \frac{q^2 d}{2\epsilon\epsilon_0 S}, \quad (\text{a})$$

o be plokštelės

$$W_{e2} = \frac{q^2 d}{2\epsilon_0 S}, \quad (\text{b})$$

čia laikėme, kad vietoj dielektrinės plokštelės tarpą tarp elektrodų užpildo oras, kurio  $\epsilon \approx 1$ .

Iš (a) ir (b) gauname, kad, ištraukus plokštelę, kondensatoriaus energija padidėja:

$$\Delta W_e = W_{e2} - W_{e1} = \frac{q^2 d}{2\epsilon_0 S} \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) = 3 \times 10^{-8} \text{ (J)}. \quad (\text{c})$$

*Rezultatų analizė.* Gautas rezultatas neprieštaruoja faktui, kad paprastai kondensatoriuose taikomi didelių  $\epsilon$  reikšmių dielektrikai. Taip stengiamasi sukurti didžiausią galimą elektrodų potencialų skirtumą  $\Delta\phi$  ir sukaupti kondensatoriaus elektroduose kuo didesnę krūvį  $q$ . Uždavinyje nagrinėjamas atvejis, kai  $q = \text{const}$ .

Energijos padidėjimą galima paaiškinti ir remiantis energijos tvermės dėsniu. Kondensatoriaus viduje esanti dielektrinė plokštelė poliarizuojasi, ant jos sienelių atsiranda surištieji elektros krūviai, kurių ženklai priešingi arti esančių elektrodų krūvių ženklams. Taigi dielektrinei plokštei ištraukti išorinė jėga turi atlikti darbą nugalint elektrostatinę traukos jėgą, t. y. padidinti kondensatoriaus energiją.



**11.** Plokščiojo kondensatoriaus elektrodo pastovusis krūvis  $q = 10^{-8} \text{ C}$ , elektrodo plotas  $S = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ , dielektrikas – oras ( $\epsilon \approx 1$ ). Kokį darbą reikia atlikti, norint atstumą tarp elektrodų padidinti 2 mm ?

*Žinoma:*  $q = 10^{-8} \text{ C}$ ,  $\epsilon \approx 1$ ,  $S = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ ,  $\Delta d = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$ .

*Rasti:* A.

*Sprendimas.* Darbas, atliekamas prieš elektrodų elektrostatinę traukos jėgą, lygus įkrautojo kondensatoriaus energijos pokyčiui. Taikydami 10 uždavinio (c) lygtį, gauname:

$$\Delta W_e = W_{e2} - W_{e1} = \frac{q^2}{2\epsilon_0 S} (d_2 - d_1) \approx 2 \times 10^{-6} \text{ (J)}. \quad (\text{a})$$

*Rezultatų analizė.* Kondensatoriaus energija padidėja, nes tolinant priešingų elektros krūvių elektrodus darbą atlieka išorinė jėga.

**12.** Raskime 6 pav. pavaizduotos kondensatorių baterijos talpą. Kam būtų lygi baterijos talpa, jei kiekvieno kondensatoriaus talpa būtų lygi  $C$  ?

*Sprendimas.* Kondensatoriai  $C_1$  ir  $C_2$  bei  $C_3$  ir  $C_4$  sujungti nuosekliai, todėl pagal (13 b) gauname:

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}, \quad (\text{a})$$

$$\frac{1}{C_{34}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}. \quad (\text{b})$$

Iš (a) ir (b) randame:

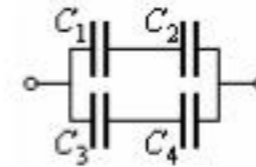
$$C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}, \quad (\text{c})$$

$$C_{34} = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4}. \quad (\text{d})$$

Talpos  $C_{12}$  ir  $C_{34}$  sujungtos lygiagrečiai, todėl pagal (13 a):

$$C_{1234} = C_{12} + C_{34} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} + \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4}. \quad (\text{e})$$

$$\text{Jei } C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C, \quad C_{1234} = C. \quad (\text{f})$$



6 pav.

### Nuolatinė elektros srovė

13.  $1 \text{ mm}^2$  skerspjūvio variniu laidu teka  $10 \text{ A}$  srovė. Vario laidumo elektronų koncentracija  $n_{\text{Cu}} = 8,4 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ . Apskaičiuokime elektronų kryptingo judėjimo (dreifo) greitį. Kiek elektronų kerta laido skerspjūvį per  $1 \text{ s}$  dėl kryptingo judėjimo?

Žinoma:  $S = 10^{-6} \text{ m}^2$ ,  $I = 10 \text{ A}$ ,  $n_{\text{Cu}} = 8,4 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ ,  $t = 1 \text{ s}$ .

Rasti:  $u$ ,  $q$ .

Sprendimas. Elektronų dreifo greitį išreiškiame iš (17 b):

$$u = \frac{j}{n_{\text{Cu}} |e|}, \quad (\text{a})$$

čia  $e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$  – elektrono krūvis.

Pagal (17 a) srovės tankis

$$j = \frac{I}{S}. \quad (\text{b})$$

Įrašome (b) į (a) ir apskaičiuojame:

$$u = \frac{I}{S n_{\text{Cu}} |e|} = 7,4 \times 10^{-4} \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right). \quad (\text{c})$$

Pagal (16) formulę randame pro laido skerspjūvį per  $1 \text{ s}$  pratekėjusį krūvį:

$$q = I t. \quad (\text{d})$$

Elektronų, kurie perneša tokį krūvį, skaičius –

$$N_e = \frac{q}{|e|} = \frac{I t}{|e|} = 6,2 \times 10^{19}. \quad (\text{e})$$

*Rezultatų analizė.* Palyginę gautą elektronų dreifo greitį su elektronų šiluminio judėjimo vidutiniu greičiu  $\langle v \rangle \approx 1,8 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , matome, kad pastarasis yra 240 milijonų kartų didesnis.

Elektronų, kurie dėl kryptingo judėjimo kerta laido skerspjūvį per  $1 \text{ s}$ , skaičių  $N_e$  galima rasti ir kitu būdu. Skerspjūvį per laiką  $t$  kerta visi elektronai, esantys  $S$  pagrindo ploto ir  $ut$  aukščio ritinyje:

$$N_e = n_{\text{Cu}} S u t = 6,2 \times 10^{19}. \quad (\text{f})$$

**14.** Kiek kartų pakis srovė variniame laide, jeigu jo temperatūra padidės nuo  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  iki  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ , esant pastoviai įtampai? Laido šiluminio plėtimosi nepadidės. Vario temperatūrinis varžos koeficientas  $\alpha_R = 3,8 \times 10^{-3}\text{ K}^{-1}$ .

Žinoma:  $t_1 = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $t_2 = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $U = \text{const}$ ,  $\alpha_R = 3,8 \times 10^{-3}\text{ K}^{-1}$ .

Rasti:  $\frac{I_2}{I_1}$ .

Sprendimas. Taikydami Omo dėsnį grandinės daliai (20), gauname, kad esant pastoviai įtampai srovė laide yra atvirkščiai proporcinga jo varžai, kartu ir savitajai varžai:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\rho_{20}}{\rho_{100}}. \quad (\text{a})$$

Vario savitųjų varžų santykį išreiškiame, taikydami (19) lygtį:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\rho_{20}}{\rho_{100}} = \frac{1 + 20\alpha_R}{1 + 100\alpha_R} = 0,78. \quad (\text{b})$$

Rezultatų analizė. Variniam laidui sušilus juo tekanti srovė sumažėja. Tai būdinga laidininkų (metalų) savybė.

**15.** Grandinės (7 pav.) šaltinio elektrovara  $\mathcal{E} = 120\text{ V}$ , išorinės dalies varža  $R = 500\ \Omega$ , srovė  $I = 238\text{ mA}$ . Kam būtų lygi grandinės trumpojo jungimo srovė?

Žinoma:  $\mathcal{E} = 120\text{ V}$ ,  $R = 500\ \Omega$ ,  $I = 0,238\text{ A}$ .

Rasti:  $I_0$ .

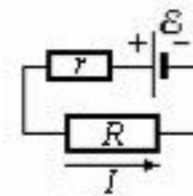
Sprendimas. Taikome Omo dėsnį visai grandinei (21). Esant trumpajam jungimui  $R = 0$ , todėl srovė

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{r}. \quad (\text{a})$$

Iš (21) išreiškiame  $r$  ir įrašome į (a):

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}I}{\mathcal{E} - IR} = 28,6\text{ (A)}. \quad (\text{b})$$

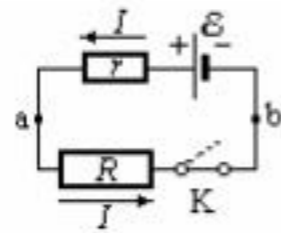
Rezultatų analizė. Trumpojo jungimo srovių stipriai yra dideli. Joms nutraukti taikomi grandinių saugikliai.



7 pav.

16. Raskime 8 pav. pavaizduotos elektros grandinės įtampos kritimą tarp taškų a ir b, kai raktas K uždaro grandinę, bei taškų a ir b potencialų skirtumą, kai srovė grandine neteka (raktas K nutraukia grandinę). Elektrovara  $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$ , išorinė varža  $R = 115 \Omega$ , vidinė varža  $r = 5 \Omega$ .

Žinoma:  $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$ ,  $R = 115 \Omega$ ,  $r = 5 \Omega$ .



8 pav.

Rasti:  $U_{ab}$ ,  $\Delta\phi_{ab}$ .

Sprendimas. Taikome Omo dėsnio integralinę formą (22) tiriamai grandinei:

$$U = \mathcal{E} + \Delta\phi_{ab}, \quad (\text{a})$$

čia  $U = U_R + U_r$  – įtampų kritimų išorinėje ir vidinėje varžose suma,  $\mathcal{E}$  – elektrovara, potencialų skirtumas  $\Delta\phi = 0$ , kai grandinė uždaroji.

Pagal Omo dėsnį visai grandinei (21)

randame grandinės srovę:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (\text{b})$$

Pagal Omo dėsnį grandinės daliai (20) įtampos kritimas tarp taškų a ir b

$$U_{ab} = IR. \quad (\text{c})$$

Įrašome (b) į (c):

$$U_{ab} = \frac{\mathcal{E}R}{R + r} = 11,5 \text{ (V)}. \quad (\text{d})$$

Kai srovė grandine neteka,  $U = 0$ , todėl iš (a) gauname:

$$\Delta\phi_{ab} = -\mathcal{E} = -12 \text{ V}, \quad (\text{e})$$

t. y. potencialų skirtumas tarp taškų a ir b yra lygus šaltinio elektrovarai su priešingų ženklų.

Rezultatų analizė. Kai grandine teka srovė, įtampos kritimą tarp taškų a ir b galima rasti ir kitaip. Pagal Omo dėsnio integralinę formą randame:

$$U_{ab} = \mathcal{E} - U_r = \mathcal{E} - \frac{\mathcal{E}r}{R + r} = 11,5 \text{ (V)}. \quad (\text{f})$$

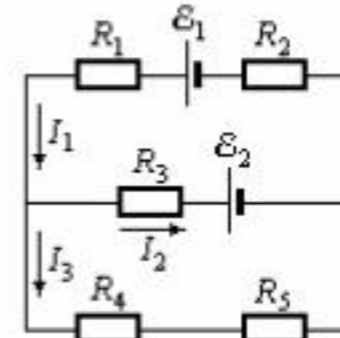
17. 9 pav. pavaizduotoje grandinėje  $\mathcal{E}_1 = 6,2 \text{ V}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 1,2 \text{ V}$ ,  $R_1 = 9 \ \Omega$ ,  $R_2 = 5 \ \Omega$ ,  $R_3 = 8 \ \Omega$ ,  $R_4 = 4 \ \Omega$ ,  $R_5 = 6 \ \Omega$ . Raskime šilumos kiekį, kuris išsiskiria grandinėje per 1 minutę.

Žinoma:  $\mathcal{E}_1 = 6,2 \text{ V}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 1,2 \text{ V}$ ,  $R_1 = 9 \ \Omega$ ,  $R_2 = 5 \ \Omega$ ,  $R_3 = 8 \ \Omega$ ,  $R_4 = 4 \ \Omega$ ,  $R_5 = 6 \ \Omega$ ,  $t = 60 \text{ s}$ .

Rasti:  $Q$ .

Sprendimas. Išsiskiriančiai pagal Džaulio ir Lenco dėsnį (25) šilumai rasti reikia žinoti varžais tekančių srovių stiprius.

Pažymime grandinėje tekančias sroves  $I_1$ ,  $I_2$  ir  $I_3$ , laisvai pasirinkę jų kryptis. Taikome pirmąją Kirchhofo taisyklę (23) mazgui ir antrąją Kirchhofo taisyklę (24) uždariesiems kontūrams  $\mathcal{E}_1 R_1 R_3 \mathcal{E}_2 R_2$  bei  $\mathcal{E}_2 R_3 R_4 R_5$ , pasirinkę kontūrų apėjimo kryptį prieš laikrodžio rodyklę. Gauname tokią trijų lygčių su trimis nežinomaisiais ( $I_1$ ,  $I_2$  ir  $I_3$ ) sistema:



9 pav.

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= I_2 + I_3, \\ I_1(R_1 + R_2) + I_2 R_3 &= \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2, \\ -I_2 R_3 + I_3(R_4 + R_5) &= \mathcal{E}_2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{a})$$

Įrašę į (a) dydžių reikšmes ir išsprendę lygčių sistemą, gauname tokius srovės stiprius:

$$I_1 = 0,3 \text{ A}, \quad I_2 = 0,1 \text{ A}, \quad I_3 = 0,2 \text{ A}. \quad (\text{b})$$

Pagal Džaulio ir Lenco dėsnį (25) apskaičiuojame varžuose išsiskyrusius šilumos kiekius ir juos sumuojame:

$$Q = [I_1^2(R_1 + R_2) + I_2^2 R_3 + I_3^2(R_4 + R_5)]t = 104,4 \text{ (J)}. \quad (\text{c})$$

Rezultatų analizė. Kontūro apėjimo krypties pakeitimas priešinga (pagal laikrodžio rodyklę) reikštų pirmosios lygties pusių sukeitimą vietomis, o antrojoje ir trečiojoje lygtyse visi ženklai pasikeistų priešingais, tad iš esmės lygtys nepasikeistų. Jei pasirinktume priešingas srovių kryptis, gautume neigiamąsias srovių stiprių reikšmes.

## Elektromagnetizmas

18. Vienalyčiame magnetiniame lauke, kurio indukcija nukreipta žemyn ir lygi  $0,06\text{ T}$ , ant nesvarių siūlų horizontaliai pakabintas  $20\text{ cm}$  ilgio ir  $15\text{ g}$  masės laidininkas, kuriuo teka  $5\text{ A}$  srovė. Raskite siūlų nuokrypio nuo vertikalės kampą  $\varphi$ .

Žinoma:  $B = 0,06\text{ T}$ ,  $l = 0,2\text{ m}$ ,  $m = 0,015\text{ g}$ ,  $I = 5\text{ A}$ .

Rasti:  $\varphi$ .

Sprendimas. Be sunkio jėgos  $m\vec{g}$ , pagal Ampero dėsnį (27) laidininką su srove magnetiniame lauke veikia Ampero jėga

$$F_A = BIl \sin \alpha, \quad (\text{a})$$

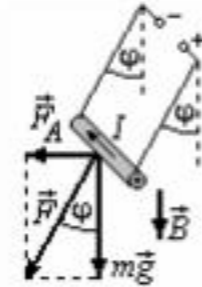
čia  $\alpha$  – kampas tarp laidininko srovės krypties ir magnetinio lauko indukcijos vektoriaus, nagrinėjamu atveju  $\alpha = 90^\circ$ .

Nusistovėjus sunkio ir Ampero jėgų pusiausvyrai, jų atstojamoji  $\vec{F}$  atlenkia laidininko pakabinimo siūlus kampu  $\varphi$  (10 pav.). Iš brėžinio matyti, kad

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{F_A}{mg}, \quad (\text{b})$$

[rašome (a) į (b) ir išreiškiame  $\varphi$  :

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{F_A}{mg} = \operatorname{arctg} \frac{BIl}{mg} \approx 22^\circ. \quad (\text{c})$$

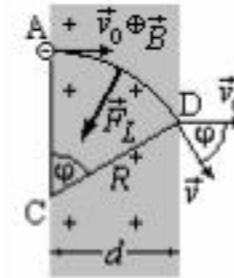


10 pav.

*Rezultatų analizė.* Nuokrypio kampas priklauso nuo Ampero ir sunkio jėgų santykio. Jeigu  $mg \gg F_A$ ,  $\varphi \approx 0^\circ$ . Jeigu  $F_A \rightarrow \infty$ , arba  $mg \rightarrow 0$ , kampas  $\varphi \rightarrow 90^\circ$ , bet negali viršyti  $90^\circ$ .

Ampero jėgos kryptis nustatoma pagal kairiosios rankos taisyklę. Taigi paveikslu pavaizduotu atveju laidininkas nukryps į kairę. Jeigu pakeistume laidininko srovės kryptį arba magnetinės indukcijos vektoriaus kryptį priešingomis, (c) formulėje tai reikštų  $F_A$  ženklo pakeitimą neigiamuoju. Vadinasi, tangento, kartu ir kampo  $\varphi$ , ženklas būtų neigiamasis, t. y. laidininkas nukryptų į dešinę.

19. Elektronas įlekia į 0,048 m pločio stačiakampio gretasienio formos vienalytį magnetinį lauką statmenai lauko ribai ir jėgų linijoms (11–14 pav. magnetinio lauko sritis tamsesnė; kryžiais pažymėta statmenai į brėžinį nukreiptas magnetinės indukcijos vektorius  $\vec{B}$  bei jėgų linijos). Elektrono greitis  $9,9 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , magnetinio lauko



11 pav.

indukcija  $10^{-4} \text{T}$ . Kokiu kampu elektronas išlėks iš magnetinio lauko kitoje pusėje? Raskime mažiausią lauko srities plotį  $d_{\min}$ , kuriam esant elektronas nekirs antrosios lauko ribos ir pasuks atgal.

Žinoma:  $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ,  $v = 9,9 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,

$d = 0,048 \text{ m}$ ,  $B = 10^{-4} \text{ T}$ .

Rasti:  $\varphi$ ,  $d_{\min}$ .

Sprendimas. Magnetiniame lauke greičiu  $\vec{v}$  judantį elektroną veikia Lorencio jėga  $\vec{F}_L = e[\vec{v} \vec{B}]$  (žr. (26) formulę). Neigiamąjį krūvininką veikiančios jėgos kryptis nustatoma pagal dešinėsios rankos taisyklę. Elektrono greitis yra nukreiptas statmenai vektoriui  $\vec{B}$ , Lorencio jėgos modulis nekinta, o jos kryptis statmena greičiui ( $\sin \alpha = 1$ ). Tokia jėga yra įcentrinė, todėl pradedant nuo taško A elektronas judės apskritimine trajektorija pastoviu pagal dydį greičiu. Trajektorijos spindulį randame pritaikę elektronui antrąjį Niutono dėsnį:

$$\frac{m_e v^2}{R} = |e| v B. \quad (\text{a})$$

Iš (a) gauname:

$$R = \frac{m_e v}{|e| B}. \quad (\text{b})$$

Iš brėžinio matyti, kad kampas  $\varphi$ , kuriuo pasisuks greičio vektorius  $\vec{v}$  greičio  $\vec{v}_0$  atžvilgiu, lygus  $\angle ACD$ , nes kampų kraštinės yra tarpusavyje statmenos.



Kadangi  $\sin \varphi = \frac{d}{R}$ , atsižvelgę į (b), gauname:

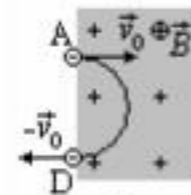
$$\varphi = \arcsin \frac{d}{R} = \arcsin \frac{|e| B d}{m_e v} = 58^\circ. \quad (c)$$

Mažiausias lauko srities plotis, kuriam esant elektronas nekirs antrosios lauko ribos ir pasuks atgal (tai atitinka greičio vektoriaus posūkio kampą  $90^\circ$ )

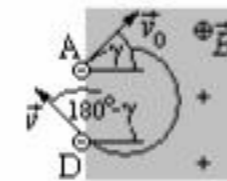
$$d_{\min} = R = 0,048 \text{ (m)}. \quad (d)$$

*Rezultatų analizė.* Apskritiminės trajektorijos, kuria nagrinėjamu atveju juda elektronas, spindulys atvirkščiai proporcingas savi-tajam elektrono krūviui  $\frac{|e|}{m_e}$  bei magnetinio lauko indukcijai ir tiesiog proporcingas elektrono greičiui. Kai elektronas pasuka atgal, iš lauko jis išlekia greičiu  $-\vec{v}_0$  (12 pav.)

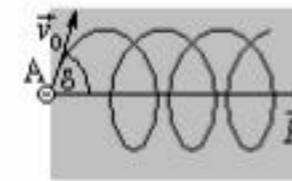
Jeigu elektronas įlekia kampu  $\gamma$  statmens į lauko srities ribą atžvilgiu ir statmenai magnetinei indukcijai, lauke jis juda apskri-timine trajektorija, kurios spindulys statmenas greičiui taške A. Iš magnetinio lauko srities (taške D) elektronas išlekia kampu  $(180^\circ - \gamma)$  (13 pav.).



12 pav.



13 pav.



14 pav.

Jeigu elektronas įlekia į magnetinį lauką taip, kad jo greičio vektorius  $\vec{v}_0$  taške A sudaro kampą  $\delta$  su magnetinės indukcijos vektoriumi  $\vec{B}$ , elektronas dalyvauja kartu dviejuose judėjimuose – toly-giniame tiesiaeciame išilgai  $\vec{B}$  greičių  $v_0 \cos \delta$  ir sukamajame greičiu  $v = v_0 \sin \delta$  apskritimine trajektorija, kurios spindulį nusako (b) lygtis. Atstojamasis elektrono judėjimas vyksta spirale (14 pav.).



20. Apskaičiuokime magnetinio lauko indukciją stačiakampio kontūro, kurio kraštinės yra  $AB = CD = a$  ir  $BC = DA = b$ , centre, kai kontūru teka srovė  $I$  (15 pav.). Laikome  $\mu = 1$ .

Žinoma:  $AB = CD = a$ ,  $BC = DA = b$ ,  $I$ .

Rasti:  $\vec{B}$ .

Sprendimas. Nagrinėjamo kontūro kraštinės yra tiesaus laidininko atkarpos, kuriomis teka srovė. Pagal superpozicijos principą (35) magnetinė indukcija kontūro centre lygi kontūro kraštinių srovės kuriamų magnetinių indukcijų sumai:

$$\vec{B} = \vec{B}_{AB} + \vec{B}_{BC} + \vec{B}_{CD} + \vec{B}_{DA}. \quad (a)$$

Pritaikę dešiniojo sraigto taisyklę, gauname, kad visi sumuojami vektoriai tiriamajame taške nukreipti statmenai plokštumai nuo mūsų (atstojamasis vektorius  $\vec{B}$  pavaizduotas ženklu  $\otimes$ ). Vadinasi,

$$B = B_{AB} + B_{BC} + B_{CD} + B_{DA}. \quad (b)$$

Stačiakampio kraštinių srovių magnetinių laukų indukcijas randame, atsižvelgę į tai, kad  $\varphi_1 = \varphi_5$ ,  $\varphi_2 = \varphi_6$ ,  $\varphi_3 = \varphi_7$ ,  $\varphi_4 = \varphi_8$ :

$$B_{AB} = B_{CD} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)}{b/2}; \quad (c)$$

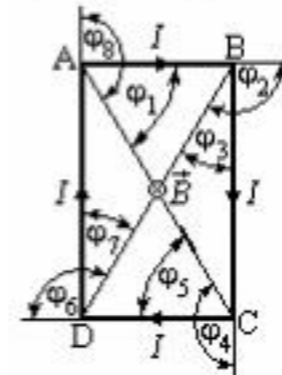
$$B_{BC} = B_{DA} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I(\cos\varphi_3 - \cos\varphi_4)}{a/2}. \quad (d)$$

Išreiškiame kampų kosinusus stačiakampio kraštinėmis:

$$\cos\varphi_1 = \cos\varphi_5 = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \cos\varphi_2 = \cos\varphi_6 = -\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}},$$

$$\cos\varphi_3 = \cos\varphi_7 = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \cos\varphi_4 = \cos\varphi_8 = -\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Įrašę į (c) ir (d) lygtis kosinusų reikšmes, susumavę ir atlikę algebrinius veiksmus, randame magnetinio lauko indukciją stačiakampio kontūro centre:



15 pav.

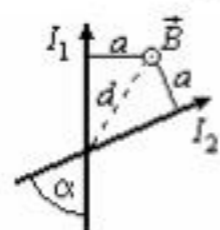
$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{8I\sqrt{a^2+b^2}}{ab} \quad (\text{e})$$

*Rezultatų analizė.* Magnetinio lauko indukcija stačiakampio kontūro centre priklauso nuo kontūro srovės ir matmenų.

Jeigu kontūras yra kvadratinis ( $a = b$ ), jo centre

$$B_{kv.} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{8\sqrt{2}I}{a} \quad (\text{f})$$

**21.** Dvi tiesinės begalinės srovės  $I_1 = 1 \text{ A}$  ir  $I_2 = 2 \text{ A}$  susikerta kampu  $\alpha = 60^\circ$ . Srovių kryptys nurodytos 16 pav. Raskime magnetinę indukciją taške, esančiame kampo  $\alpha$  pusiaukampinėje atstumu  $0,1 \text{ m}$  nuo kampo viršūnės. Laikome  $\mu = 1$ .



16 pav.

*Žinoma:*  $\alpha = 60^\circ$ ,  $I_1 = 1 \text{ A}$ ,  $I_2 = 2 \text{ A}$ ,  $d = 0,1 \text{ m}$ .

*Rasti:*  $\vec{B}$ .

*Sprendimas.* Pagal (31) pirmosios srovės kuriamo magnetinio lauko indukcija tiriamajame taške

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi a}, \quad (\text{a})$$

o antrosios –

$$B_2 = \frac{\mu\mu_0 I_2}{2\pi a}, \quad (\text{b})$$

čia  $a = d \sin \frac{\alpha}{2}$  – atstumai nuo srovių iki tiriamojo taško.

Vektorius  $\vec{B}_1$  nukreiptas statmenai brėžinio plokštumai nuo mūsų, vektorius  $\vec{B}_2$  – į mus, todėl pagal superpozicijos principą atstojamasis vektorius nukreiptas į mus, o jo modulis

$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu\mu_0 (I_1 - I_2)}{2\pi d \sin \frac{\alpha}{2}} = 4 \times 10^{-6} \text{ (T)}. \quad (\text{c})$$

22. Dvi tiesinės begalinės lygiagrečios srovės  $I_1 = I_2 = 1\text{ A}$  yra vakuume  $0,3\text{ m}$  atstumu viena nuo kitos. Srovių kryptys nurodytos 17 pav. Raskime magnetinę indukciją taškuose, esančiuose  $0,3\text{ m}$  atstumu nuo abiejų srovių.

Žinoma:  $I_1 = I_2 = 1\text{ A}$ ,  $a = 0,3\text{ m}$ .

Rasti:  $\vec{B}$ .

Sprendimas. Abi taškais pažymėtos srovės teka nuo mūsų statmenai brėžinio plokštumai. Taškai, esantys  $a$  atstumu nuo abiejų srovių, sudaro dvi begalines srovėms lygiagrečias tieses, kurių sankirtos su brėžinio plokštuma taškuose turime rasti magnetinę indukciją  $\vec{B}$  ir  $\vec{B}'$ . Pagal superpozicijos principą (35)

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2. \quad (\text{a})$$

$$\vec{B}' = \vec{B}'_1 + \vec{B}'_2. \quad (\text{b})$$

Raskime  $\vec{B}$  modulį. Vektorių  $\vec{B}_1$  ir  $\vec{B}_2$  kryptis nustatome pagal dešiniojo sraigto taisyklę.

Kampas tarp vektorių  $\vec{B}_1$  ir  $\vec{B}_2$   $\alpha = 60^\circ$  (vektoriai

statmeni lygiakraščio trikampio kraštinėms).  $\vec{B}$  modulius

$$B = B_1 \cos \frac{\alpha}{2} + B_2 \cos \frac{\alpha}{2} = 2B_1 \cos \frac{\alpha}{2}. \quad (\text{c})$$

Pagal (31) randame:

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi a}. \quad (\text{d})$$

Įrašome (d) į (c) ir apskaičiuojame:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I_1 \cos \frac{\alpha}{2}}{\pi a} = 1,2 \times 10^{-6} \text{ (T)}. \quad (\text{e})$$

Iš vaizdo simetrijos aišku, kad  $\vec{B}' = -\vec{B}$ .

Rezultatų analizė. Pakeitus antrosios srovės kryptį priešinga (nuo mūsų), vektorius  $\vec{B}_2$  pasisuktų  $180^\circ$ , vektorius  $\vec{B}$  būtų nukreiptas žemyn ir  $B = B_1 = B_2$ .



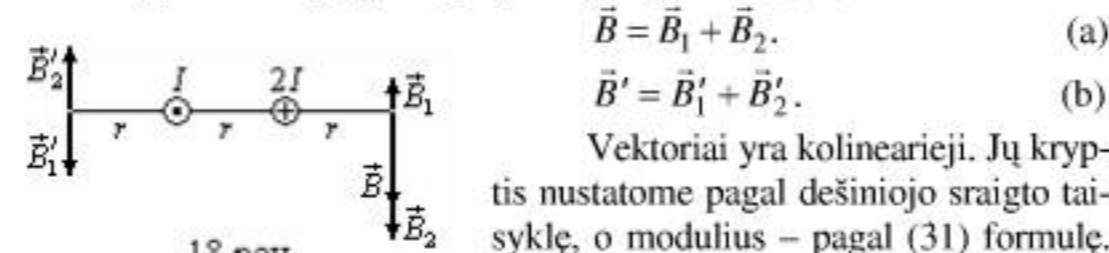
17 pav.

23. Dvi tiesinės begalinės lygiagrečios srovės  $I$  (teka į mus) ir  $2I$  (teka nuo mūsų) yra vakuume atstumu  $r$  viena nuo kitos. Raskime magnetinę indukciją taškuose, esančiuose linijoje, jungiančioje srovių sankirtos su brėžinio plokštuma taškus,  $r$  atstumu į kairę nuo pirmosios srovės ir  $r$  atstumu į dešinę nuo antrosios srovės (18 pav.).

Žinoma:  $I, 2I, r$ .

Rasti:  $\vec{B}, \vec{B}'$ .

Sprendimas. Tiriamuosiuose taškuose atstojamojo magnetinio lauko indukciją randame pagal superpozicijos principą (35):



18 pav.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2. \quad (a)$$

$$\vec{B}' = \vec{B}'_1 + \vec{B}'_2. \quad (b)$$

Vektoriai yra kolinearieji. Jų kryptis nustatome pagal dešiniojo sraigto taisyklę, o modulius – pagal (31) formulę. Dešiniajame taške gauname:

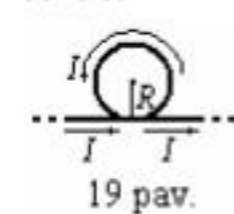
$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi 2r} - \frac{\mu\mu_0 2I}{2\pi r} = -\frac{3\mu\mu_0 I}{4\pi r}, \quad (c)$$

čia minuso ženklas reiškia, kad atstojamasis vektorius  $\vec{B}$  nukreiptas  $\vec{B}_2$  kryptimi.

Kairiajame taške gauname:

$$B' = B'_1 - B'_2 = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r} - \frac{\mu\mu_0 2I}{2\pi 2r} = 0. \quad (d)$$

24. Begalinis tiesinis laidininkas, kuriuo teka srovė  $I$ , sudaro  $R$  spindulio apskritiminę kilpą. Raskime magnetinę indukciją kilpos centre.



19 pav.

Žinoma:  $I, R$ . Rasti:  $B$ .

Sprendimas. Pagal superpozicijos principą sudame vienos krypties magnetinių laukų (19 pav.), kuriuos kuria begalinė srovė (31) ir srovė apskritiminės vijos centre (32 b), indukcijas:

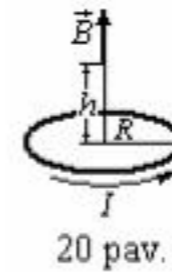
$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi R} + \frac{\mu\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu\mu_0 (1 + \pi)I}{2\pi R}. \quad (a)$$

25. Grafiškai pavaizduokime vakuume esančios spindulio  $R=1$  m apskritiminės vijos, kuria teka 1 A srovė, magnetinės indukcijos vijos ašyje priklausomybę nuo atstumo iki vijos plokštumos  $h$  (20 pav.). Pagal grafiką raskime magnetinės indukcijos reikšmes, kai  $h_1 = 0,5$  m,  $h_2 = 1$  m,  $h_3 = 1,5$  m,  $h_4 = 2$  m.

Žinoma:  $R = 1$  m,  $I = 1$  A,  $\mu = 1$ .

Rasti:  $B = f(h)$ ,  $B(h_1)$ ,  $B(h_2)$ ,  $B(h_3)$ ,  $B(h_4)$ .

Sprendimas. Apskritiminės vijos srovės magnetinio lauko indukciją vijos ašyje apskaičiuojame pagal (32 a) formulę, laikydami  $\mu = 1$ ,  $I = 1$  A ir  $R = 1$  m:



20 pav.

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{[1+h^2]^{3/2}} \quad (a)$$

Lygties (a) grafikas pateiktas 21 pav.

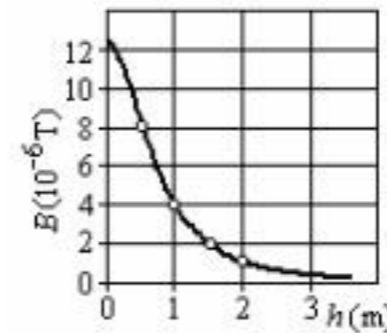
Grafiko leidžiamu tikslumu randame (taškai pažymėti baltais skrituliais):

$$B(h_1) \approx 8 \times 10^{-6} \text{ T},$$

$$B(h_2) \approx 4 \times 10^{-6} \text{ T},$$

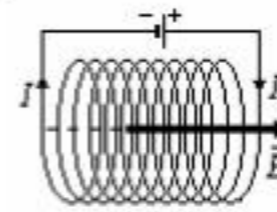
$$B(h_3) \approx 2 \times 10^{-6} \text{ T},$$

$$B(h_4) \approx 1 \times 10^{-6} \text{ T}.$$



21 pav.

Rezultatų analizė. Ritė, susidedanti iš daugelio bendrą ašį turinčių apskritiminių arti viena kitos esančių vijų, vadinama solenoidu (22 pav.). Pagal superpozicijos principą solenoido srovės kuriamo magnetinio lauko indukcija bet kuriame solenoido ašies taške lygi visų vijų šiame taške kuriamų magnetinių indukcijų vektorių sumai, t. y. (33 a) ir (33 b) formulės gaunamos integruojant (32 a) formulę.



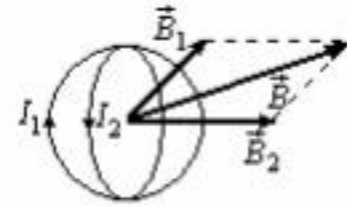
22 pav.

**26.** Dvi koncentriškos apskritiminės vijos yra tarpusavyje statmenose plokštumose. Vijomis teka srovės  $I_1$  ir  $I_2$  (23 pav.). Raskime magnetinę indukciją kontūrų centre.

Žinoma:  $I_1, I_2$ .

Rasti:  $\vec{B}$ .

Sprendimas. Pagal superpozicijos principą (35) magnetinė indukcija vijų centre lygi vijų sukurtų laukų magnetinių indukcijų sumai:



23 pav.

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2. \quad (a)$$

Magnetinių indukcijų vektoriai yra tarpusavyje statmeni, todėl

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}. \quad (b)$$

Pritaikę magnetinės indukcijos apskritiminės vijos centre formulę (32 b), gauname:

$$B = \sqrt{\left(\mu\mu_0 \frac{I_1}{2R}\right)^2 + \left(\mu\mu_0 \frac{I_2}{2R}\right)^2} = \mu\mu_0 \frac{\sqrt{I_1^2 + I_2^2}}{2R}. \quad (c)$$

**27.** Iš tokio pat ilgio  $l$  vielos sulenkiamas apskritiminis ir kvadratinis kontūrai, kuriais teka tokio pat stiprio srovė. Kiek kartų apskritiminio kontūro magnetinis momentas yra didesnis už kvadratinio kontūro magnetinį momentą?

Sprendimas. Pagal (40) apskritiminio ( $p_{m1}$ ) ir kvadratinio ( $p_{m2}$ ) kontūrų magnetiniai momentai

$$p_{m1} = I_1 S_1, \quad (a)$$

$$p_{m2} = I_2 S_2. \quad (b)$$

$$\text{Kontūrų ribojami plotai: } S_1 = \pi R^2 = \pi \left(\frac{l}{2\pi}\right)^2, \quad S_2 = \left(\frac{l}{4}\right)^2.$$

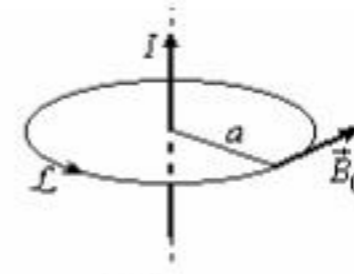
Kontūrų magnetinių momentų santykis

$$\frac{p_{m1}}{p_{m2}} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{\pi}. \quad (c)$$

28. Apskaičiuokime tiesinio begalinio laidininko srovės  $I$  kuriamo magnetinio lauko indukciją, taikydami magnetinės indukcijos vektoriiaus cirkuliacijos vakuume teoremą (36).

*Sprendimas.* Apie begalinį tiesų laidininką, kuriuo teka srovė  $I$ , laidininkui statmenoje plokštumoje simetriškai apibrėžkime  $a$  spindulio apskritiminį kontūrą  $\mathcal{L}$  (24 pav.).

Visuose kontūro taškuose vektorius  $\vec{B}_0$  yra nukreiptas liestinės į kontūrą kryptimi ( $\vec{B}_0$  ir  $d\vec{l}$  kryptys sutampa) ir  $\vec{B}_0$  modulis nekinta, nes atstumas  $a$  yra pastovus. Todėl vektorius  $\vec{B}_0$  cirkuliacija kontūru  $\mathcal{L}$



24 pav.

$$\oint_{(\mathcal{L})} (\vec{B}_0 d\vec{l}) = B_0 \oint_{(\mathcal{L})} dl = 2\pi a B_0. \quad (a)$$

Kontūras apgaubia srovę  $I$ , taigi pagal magnetinės indukcijos vektoriiaus cirkuliacijos teoremą (36) gauname:

$$2\pi a B_0 = \mu_0 I, \quad (b)$$

iš čia:

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}. \quad (c)$$

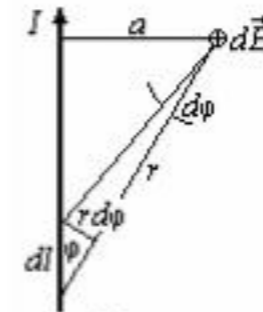
*Rezultatų analizė.* Rezultatą (c) galima gauti pagal Bio, Savaro ir Laplaso dėsnį (25 pav.). Į (29) lygtį įrašome

$$dl = \frac{a d\varphi}{\sin^2 \varphi} \text{ bei } r = \frac{a}{\sin \varphi} \text{ ir integruojame, laiky-$$

dami  $\mu = 1$ :

$$\vec{B}_0 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \int_0^\pi \sin \varphi d\varphi = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}. \quad (d)$$

Matome, kad sprendimas taikant Bio, Savaro ir Laplaso dėsnį yra sudėtingesnis.



25 pav.



**29.** Laikykime, kad Žemės paviršiuje horizontalioji geomagnetinio lauko stiprio komponentė  $H_{hor.} \approx 12 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ , o stovinčio žmogaus vertikaliojo, t. y. statmeno  $H_{hor.}$ , skerspjūvio plotas  $0,7 \text{ m}^2$ , raskime žmogų veriantį magnetinį srautą.

*Duota:*  $H_{hor.} \approx 12 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ ,  $S = 0,8 \text{ m}^2$ .

*Rasti:*  $\Phi_m$ .

*Sprendimas.* Pagal (39)  $B = \mu\mu_0 H$ . Magnetinės indukcijos horizontalioji komponentė visame plote laikytina pastovia ir statmena plotui, todėl taikome (37 a) formulę:

$$\Phi_m = B_{hor.} S = \mu_0 H_{hor.} S = 1,1 \times 10^{-5} \text{ (Wb)}. \quad (\text{a})$$

*Rezultatų analizė.* Žmogaus vertikaliojo skerspjūvio plotui kintant (pavyzdžiui, žmogui pasisukant, atsisėdus ar atsigulus) žmogų veriantis magnetinis srautas kinta.

**30.** Apskaičiuokime pilnutinį magnetinį srautą pro  $S$  skerspjūvio ploto ir didelio ilgio  $l$  ( $l \gg S$ ) solenoido (ritės) vijas. Solenoido vijų skaičius  $N$ , solenoido srovė  $I$ .

*Žinoma:*  $l, N, I$ .

*Rasti:*  $\Psi_m$ .

*Sprendimas.* Labai ilgo solenoido viduje sukurto magnetinio lauko indukcijai apskaičiuoti taikytina (33 b) formulė:

$$B = \mu\mu_0 n I = \mu\mu_0 \frac{N}{l} I, \quad (\text{a})$$

čia  $n = \frac{N}{l}$  – solenoido ilgio vieneto vijų skaičius.

Magnetinis srautas pro vieną viją

$$\Phi_{m1} = B S = \mu\mu_0 \frac{N}{l} I S. \quad (\text{b})$$

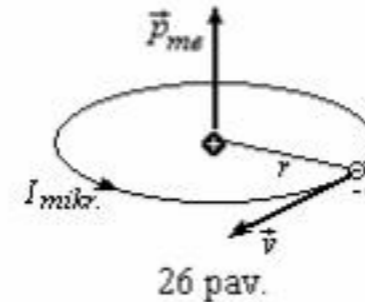
Pilnutinis magnetinis srautas pro solenoidą yra  $N$  kartų didesnis:

$$\Psi_m = N \Phi_{m1} = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} I S = \mu\mu_0 N n I S = \mu\mu_0 n^2 V I, \quad (\text{c})$$

čia  $V = l S$  – solenoido tūris.



**31.** Pagal planetinį atomo modelį elektronai atomuose sukasi apskritiminėmis orbitomis apie branduolį (26 pav.). Toks elektrono sukimasis laikytinas neigiamojo krūvio ( $-e$ ) judėjimu apskritimu, t. y. tapatingas kontūrai, kuriuo teka elektros srovė. Taip susidaro vadinašios mikroskopinės srovės  $I_{mikr.}$ . Raskime tokios mikroskopinės srovės magnetinį momentą, jei orbitos spindulys  $r$ , elektrono linijinis greitis  $v$ .



*Žinoma:*  $q = |e|$ ,  $r$ ,  $v$ .

*Rasti:*  $\vec{p}_{me}$ .

*Sprendimas.* Pritaikę (40) formulę nagrinėjamam elektrono judėjimui, gauname:

$$p_{me} = I_{mikr.} S. \quad (a)$$

Mikroskopinės srovės stipris

$$I_{mikr.} = \frac{q}{t} = \frac{|e|}{T}, \quad (b)$$

čia  $|e|$  – krūvis, kuris pemešamas pro orbitos skerspjūvį per laiką  $t$ , t. y. per vieną elektrono sukimosi periodą  $T$ .

Periodas lygus orbitos ilgio ir elektrono greičio santykiui:

$$T = \frac{2\pi r}{v}. \quad (c)$$

Orbitos ribojamas plotas

$$S = \pi r^2. \quad (d)$$

[rašome (c) į (b). Gautą reiškinį bei (d) įrašę į (a), gauname, kad elektrono sukimasis apie branduolį sukuria magnetinį momentą

$$p_{me} = I_{mikr.} S = \frac{|e|}{T} \pi r^2 = \frac{1}{2} |e| v r. \quad (e)$$

*Rezultatų analizė.* Elektros srovės kryptimi laikoma teigiamųjų krūvių judėjimo kryptis, todėl mikroskopinė srovė teka prieš elektrono judėjimo kryptį (26 pav.). Magnetinio momento kryptį nusako dešiniojo sraigto taisyklė.

32.  $0,01 \text{ m}^2$  ploto apskritiminis kontūras, kuriuo teka  $1 \text{ A}$  srovė, yra  $0,1 \text{ T}$  indukcijos magnetiniame lauke. Pradinėje padėtyje magnetinės indukcijos vektorius sutampa su kontūro ribojamo ploto normale. Koks darbas atliekamas pasukant kontūrą apie jo skersmenį  $90^\circ$  kampu vieną, antrą, trečią ir ketvirtą kartą (27 pav.)?

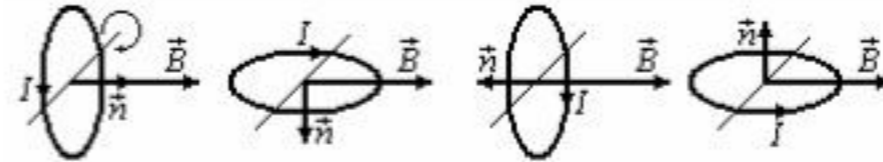
Žinoma:  $S = 0,01 \text{ m}^2$ ,  $I = 1 \text{ A}$ ,  $B = 0,1 \text{ T}$ ,  $\varphi_1 = 0^\circ$ ,  $\Delta\varphi = 90^\circ$ .

Rasti:  $A_1, A_2, A_3, A_4$ .

Sprendimas. Darbą, atliekamą perkeliant uždarąjį kontūrą, kuriuo teka srovė  $I$ , magnetiniame lauke, randame pagal (42):

$$A_i = I \Delta\Phi_m = I(\Phi_{mk} - \Phi_{mi}), \quad (\text{a})$$

čia  $\Phi_{mi} = BS \cos \varphi_i$  – magnetinis srautas pro kontūro ribojamą plotą prieš pasukant kontūrą,  $\Phi_{mk} = BS \cos \varphi_k$  – kontūrą pasukus.



27 pav.

Pagal (37 a) formulę randame magnetinius srautus pro kontūro ribojamą plotą pirmojoje ( $\varphi_1 = 0^\circ$ ), antrojoje ( $\varphi_2 = 90^\circ$ ), trečiojoje ( $\varphi_3 = 180^\circ$ ) ir ketvirtojoje ( $\varphi_4 = 270^\circ$ ) kontūro padėtyse (27 pav.):

$$\Phi_{m1} = BS \cos \varphi_1 = BS, \quad (\text{b})$$

$$\Phi_{m2} = BS \cos \varphi_2 = BS \cos 90^\circ = 0, \quad (\text{c})$$

$$\Phi_{m3} = BS \cos \varphi_3 = BS \cos 180^\circ = -BS, \quad (\text{d})$$

$$\Phi_{m4} = BS \cos \varphi_4 = BS \cos 270^\circ = 0. \quad (\text{e})$$

Įrašę (b–e) lygtis į (a), apskaičiuojame atliekamus darbus:

$$A_1 = A_2 = -IBS \approx -10^{-3} \text{ (J)}, \quad A_3 = A_4 = IBS \approx 10^{-3} \text{ (J)}. \quad (\text{f})$$

Rezultatų analizė. Darbus  $A_1$  ir  $A_2$  atlieka išorinė jėga, o  $A_3$  ir  $A_4$  – kontūro srovę veikianti Ampero jėga.

33. 28 pav. pateikta feromagnetiko (Ni) pirminio įmagnetėjimo kreivė magnetinio lauko stiprio režiuose  $0 \frac{\text{A}}{\text{m}} < H < 275 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ . Gaukime šio feromagnetiko santykinės magnetinės skvarbos  $\mu$  priklausomybės nuo magnetinio lauko stiprio  $H$  grafiką režiuose  $25 \frac{\text{A}}{\text{m}} < H < 275 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ .

*Sprendimas.* Feromagnetikų magnetinis jautris  $\chi \gg 1$ , todėl taikydami (44) sąsają galime laikyti, kad jų santykinė magnetinė skvarba skaitmeniškai lygi magnetiniam jautriui:

$$\mu = 1 + \chi \cong \chi. \quad (\text{a})$$

Magnetinį jautrį, atitinkantį  $i$ -ąją  $J = J(H)$  grafiko tašką (28 pav.), apskaičiuojame pagal (43) formulę:

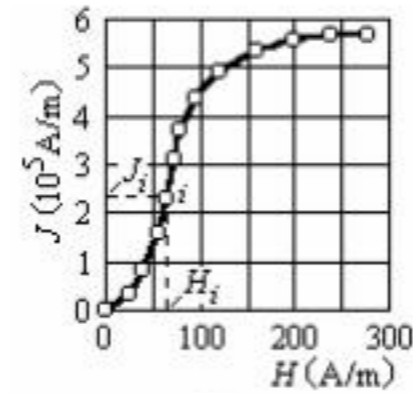
$$\chi_i = \frac{J_i}{H_i}. \quad (\text{b})$$

Pavyzdžiui, grafike pažymėtą  $i$ -ąją tašką atitinka tokios magnetinio

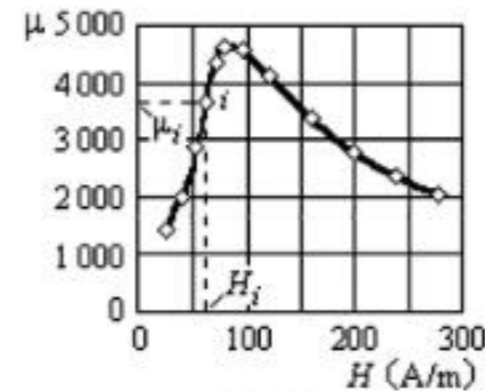
lauko stiprio ir įmagnetėjimo reikšmės:  $H_i = 65 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ ,  $J_i = 2,4 \times 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ .

Vadinasi, pagal (a) ir (b) lygtis  $\chi_i = \mu_i = 3700$ . Taip randame skirtingas  $H$  reikšmes (kartu ir skirtingus  $J = J(H)$  grafiko taškus) atitinkančias santykinės magnetinės skvarbos reikšmes, ir nubraižome  $\mu = \mu(H)$  kreivę. Rezultatai grafiškai pateikti 29 pav.

*Rezultatų analizė.* Nagrinėjame magnetinio lauko stiprio ruože feromagnetikas nepasiekia soties įmagnetėjimo. Jeigu ekstrapoliuotume 28 pav. grafiką į labai didelių  $H$  reikšmių sritį,  $J$  padidėtų palyginti nedaug, o pasiekus soties reikšmę



28 pav.



29 pav.

$J_{sot.} = const.$  Tada (b) formulėje esant pastoviam skaitikliui ir augant vardikliui magnetinis jautris mažėtų ( $\chi \rightarrow 0$ ), kartu mažėtų ir santykinė magnetinė skvarba ( $\mu \rightarrow 1$ ).

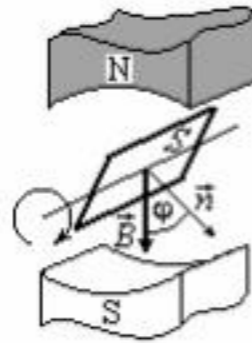
**34.** Vienalyčiame  $\vec{B}$  indukcijos magnetiniame lauke kampiniu greičiu  $\omega$  sukamas metalinis rėmelis, kurio ribojamas plotas  $S$  (30 pav.). Raskime rėmelyje indukuojamą elektrovą.

*Žinoma:*  $\vec{B}$ ,  $\omega$ ,  $S$ .

*Rasti:*  $\mathcal{E}_{ind.}$

*Sprendimas.* Pagal (37 a) magnetinis srautas pro rėmelio ribojamą plotą išreiškiamas taip:

$$\Phi_m = BS \cos \varphi. \quad (a)$$



30 pav.

Kampas  $\varphi$  tarp magnetinės indukcijos vektoriaus  $\vec{B}$  ir normalės į rėmelio plotą  $\vec{n}$  bet kuriuo laiko momentu  $t$  išreiškiamas rėmelio sukimosi kampiniu greičiu  $\omega$ :

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t, \quad (b)$$

čia  $\varphi_0$  – kampas tarp magnetinės indukcijos vektoriaus  $\vec{B}$  ir normalės į rėmelio plotą  $\vec{n}$  laiko momentu  $t = 0$ .

Pagal Faradėjaus ir Lenco dėsnį (45 a) kontūre indukuojama elektrovą

$$\mathcal{E}_{ind.} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = BS\omega \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (c)$$

*Rezultatų analizė.* Gavome, kad kampiniu greičiu  $\omega$  sukant metalinį rėmelį vienalyčiame magnetiniame lauke, rėmelyje indukuojama ciklinio dažnio  $\omega$  harmoningai kintanti elektrovą. Uždarajame kontūre ji sukuria kintamąją srovę. Toks yra kintamosios elektros srovės gavimo principas. Pramonėje naudojamuose elektros srovės generatoriuose magnetiniame lauke sukamas daugelio rėmelių (apvijų) rotorius.

35. Kintamosios srovės grandinės (31 pav.) parametrai yra tokie: šaltinio elektrosvaros amplitudinė reikšmė  $\mathcal{E}_0 = 311$  V, elektrosvaros ciklinis dažnis  $\omega = 314$  Hz, ominė varža  $R = 100$   $\Omega$ , elektrinė talpa  $C = 26,5$   $\mu$ F, induktyvumas  $L = 0,22$  H. Raskime, kiek šilumos išsiskirs ominėje varžoje per 10 minučių.

Žinoma:  $\mathcal{E}_0 = 311$  V,  $\omega = 314$  Hz,  $R = 100$   $\Omega$ ,  $C = 2,65 \times 10^{-5}$  F,  $L = 0,22$  H,  $t = 600$  s.

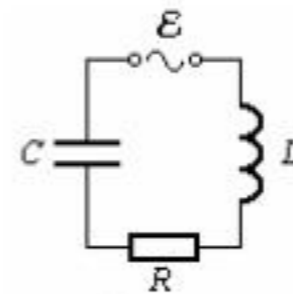
Rasti:  $Q$ .

Sprendimas. Pagal (51) kintamoji srovė varžoje  $R$  per laiką  $t$  išskiria šilumos kiekį

$$Q = I_{ef.}^2 R t. \quad (a)$$

Pagal (50) efektinė srovės vertė

$$I_{ef.} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}. \quad (b)$$



31 pav.

Grandinės srovės amplitudinę reikšmę  $I_0$  randame pagal Omo dėsnį, taikomą kintamosios srovės grandinei (49):

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}}. \quad (c)$$

Įrašę (c) į (b) ir gautą reiškinį į (a), apskaičiuojame išsiskyrusį šilumos kiekį:

$$Q = \frac{\mathcal{E}_0^2 R t}{2 \left[ R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2 \right]} = 230 \text{ (kJ)}. \quad (d)$$

Rezultatų analizė. Jei priverstinės elektrosvaros ciklinis dažnis būtų rezonansinis ( $\omega_{rez.} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 414$  Hz), išsiskirtų didesnis šilumos kiekis:

$$Q = \frac{\mathcal{E}_0^2 t}{2R} = 290 \text{ (kJ)}.$$

**36.** Tomsono kontūro elektrinė talpa  $C = 88 \text{ pF}$ , induktyvumas  $L = 2 \text{ mH}$ . Raskime kontūro rezonansinį bangos ilgį.

*Žinoma:*  $C = 8,8 \times 10^{-11} \text{ F}$ ,  $L = 0,002 \text{ H}$ .

*Rasti:*  $\lambda$ .

*Sprendimas.* Kontūro rezonansinį bangos ilgį randame pritaikę (52) ir (46 d) formules:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = 2\pi c \sqrt{LC} = 790 \text{ (m)}. \quad (\text{a})$$

*Rezultatų analizė.* Toks bangos ilgis yra vidutinių radijo bangų diapazone.

**37.** Tomsono kontūre kondensatoriaus krūvis kinta pagal dėsnį  $q = 3,18 \times 10^{-5} \cos 628t$  (dydžiai pateikti SI sistemos vienetais). Kontūro induktyvumas  $L = 0,1 \text{ H}$ . Raskime virpesių periodą, srovės kitimo dėsnį, kontūro srovę laiko momentu  $t_1 = 8,5 \times 10^{-3} \text{ s}$ , kontūro elektrinę talpą, elektrodų potencialų skirtumo kitimo dėsnį, didžiausią kondensatoriaus elektrostatinio lauko energiją, didžiausią ritės magnetinio lauko energiją.

*Žinoma:*  $q = 3,18 \times 10^{-5} \cos 628t$ ,  $L = 0,1 \text{ H}$ .

*Rasti:*  $I(t)$ ,  $I(t_1)$ ,  $T$ ,  $C$ ,  $\Delta\varphi(t)$ ,  $W_{e0}$ ,  $W_{m0}$ .

*Sprendimas.* Palyginę žinomą kondensatoriaus krūvio kitimo dėsnį su (47), matome, kad virpesių ciklinis dažnis  $\omega = 628 \text{ s}^{-1}$ , todėl pagal (46 d) gauname:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 10^{-2} \text{ (s)}. \quad (\text{a})$$

Kontūro srovės kitimo dėsnį randame, diferencijavę (47) lygtį pagal laiką:

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = -q_0\omega_0 \sin \omega_0 t = -0,02 \sin 628t, \quad (\text{b})$$

čia  $I_0 = q_0\omega_0 = 0,02 \text{ (A)}$  – srovės amplitudinė reikšmė; minuso ženklas reiškia, kad kondensatoriaus krūviui mažėjant kontūro srovė didėja.

Įrašę į (b) laiką  $t_1 = 8,5 \times 10^{-3}$  s, apskaičiuojame momentinę srovės reikšmę:

$$I(t_1) = -0,02 \sin(628 \times 8,5 \times 10^{-3}) = 1,6 \times 10^{-2} \text{ (A)}. \quad (\text{c})$$

Srovės kitimo grafikas pateiktas 32 pav. Grafike pažymėta momentinė srovės reikšmė  $I_1(t_1) = 1,6 \times 10^{-2}$  A.

Virpesių kontūro elektrinę talpą randame, išreiškę ją iš (46 c) formulės:

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L} = 2,5 \times 10^{-5} \text{ (F)}. \quad (\text{d})$$

Potencialų skirtumas kondensatoriaus elektroduose randamas pagal (11) formulę:

$$\Delta\varphi = \frac{q}{C}. \quad (\text{e})$$

Potencialų skirtumo kondensatoriaus elektroduose kitimo dėsnį gauname įrašę į (e) krūvio kitimo dėsnį:

$$\Delta\varphi = \frac{3,18 \times 10^{-5} \cos 628t}{2,5 \times 10^{-5}} = 1,3 \cos 628t \text{ (V)}. \quad (\text{f})$$

Didžiausią kondensatoriaus elektrostatinio lauko energiją apskaičiuojame pagal (14) formulę:

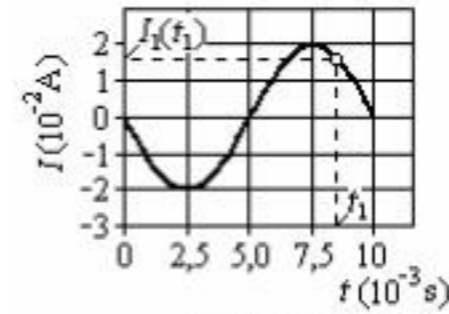
$$W_{e0} = \frac{C (\Delta\varphi_0)^2}{2} = \frac{2,5 \times 10^{-5} \times (1,3)^2}{2} = 2,1 \times 10^{-5} \text{ (J)}, \quad (\text{g})$$

čia  $\Delta\varphi_0 = 1,3$  V (žr. (f) lygtį).

Didžiausią ritės magnetinio lauko energiją randame pritaikę energijos tvermės dėsnį. Tomsono kontūre vykstantys virpesiai yra neslopinamieji, todėl jų pilnutinė energija nekinta:

$$W_{e0} = W_{m0} = 2,1 \times 10^{-5} \text{ J}. \quad (\text{h})$$

*Rezultatų analizė.* Matome, kad Tomsono kontūre vykstant elektromagnetiniams virpesiams kondensatoriaus krūvis, elektros srovė ir potencialų skirtumas kondensatoriaus elektroduose kinta harmoningai (pagal sinuso ir kosinuso dėsnį).



32 pav.



**38.** Tomsono kontūro elektrinė talpa  $C = 0,04 \mu\text{F}$ , didžiausias kondensatoriaus elektrodų potencialų skirtumas  $\Delta\varphi_0 = 2 \text{ V}$ , didžiausia kontūro srovė  $I_0 = 0,01 \text{ A}$ . Raskime kontūro elektromagnetinių virpesių dažnį.

*Žinoma:*  $C = 4 \times 10^{-8} \text{ F}$ ,  $\Delta\varphi_0 = 2 \text{ V}$ ,  $I_0 = 0,01 \text{ A}$ .

*Rasti:*  $\nu$ .

*Sprendimas.* Elektromagnetinių virpesių dažnį galima apskaičiuoti pagal (46 d) formulę  $\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ . Nežinomam kontūro induktyvumui rasti taikome energijos tvermės dėsnį, pagal kurį Tomsono kontūro kondensatoriaus elektrostatinio lauko energija (14) virsta ritės magnetinio lauko energija (46 e):

$$\frac{C(\Delta\varphi_0)^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2}. \quad (\text{a})$$

Iš (a) išreiškę  $L$  ir įrašę į dažnio formulę, gauname:

$$\nu = \frac{I_0}{2\pi C \Delta\varphi_0} = 20 (\text{kHz}). \quad (\text{b})$$

**39.** Virpesių kontūro induktyvumas  $5 \times 10^{-3} \text{ H}$ , elektrinė talpa  $50 \text{ nF}$ , ominė varža  $4 \Omega$ . Raskime kontūro virpesių ciklinį dažnį, slopinimo koeficientą, virpesių logaritminį slopinimo dekrementą.

*Žinoma:*  $L = 5 \times 10^{-3} \text{ H}$ ,  $C = 5 \times 10^{-8} \text{ F}$ ,  $R = 4 \Omega$ .

*Rasti:*  $\omega$ ,  $\beta$ ,  $\lambda$ .

*Sprendimas.* Ieškomų dydžių apibrėžimai pateikti (48 b) formulėje. Kontūro virpesių ciklinis dažnis –

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = 6,3 \times 10^4 (\text{s}^{-1}). \quad (\text{a})$$

Virpesių slopinimo koeficientas

$$\beta = \frac{R}{2L} = 400 (\text{s}^{-1}). \quad (\text{b})$$

Logaritminis slopinimo dekrementas

$$\lambda = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}} = 4,0 \times 10^{-2}. \quad (\text{c})$$



**40.** Kintamosios srovės grandinės efektinė įtampa  $U_{ef.} = 220$  V, dažnis  $\nu = 50$  Hz. Grandinės elektrinė talpa  $C = 15$   $\mu$ F, induktyvumas  $L = 0,3$  H, aktyvioji varža  $R = 611$   $\Omega$ . Raskime grandinės talpinę ir induktyviają varžas, pilnutinę varžą (impedansą), srovės amplitudinę ir efektinę reikšmes. Kiek šilumos išsiskirs aktyviojoje varžoje per 1 valandą? Kokiam induktyvumui esant grandine tekės didžiausia srovė?

*Žinoma:*  $U_{ef.} = 220$  V,  $\nu = 50$  Hz,  $C = 1,5 \times 10^{-5}$  F,  $L = 0,3$  H,  $R = 611$   $\Omega$ ,  $t = 3600$  s.

*Rasti:*  $X_C$ ,  $X_L$ ,  $Z$ ,  $I_0$ ,  $I_{ef.}$ ,  $Q$ .

*Sprendimas.* Taikome (49) ir (46 d) formules. Grandinės talpinė, induktyvioji ir pilnutinė varžos

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C} = 212 \text{ } (\Omega), \quad (\text{a})$$

$$X_L = \omega L = 94 \text{ } (\Omega), \quad (\text{b})$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} = 622 \text{ } (\Omega). \quad (\text{c})$$

Srovės amplitudinę reikšmę randame atsižvelgę į tai, kad uždarojoje grandinėje  $U_0 = \mathcal{E}_0$ , ir pritaikę (50) formulę:

$$I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{\sqrt{2}U_{ef.}}{Z} = 0,50 \text{ } (\text{A}). \quad (\text{d})$$

Srovės amplitudinę reikšmę apskaičiuojame pagal (50):

$$I_{ef.} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0,35 \text{ } (\text{A}).$$

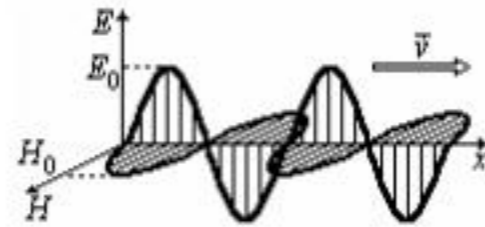
Išsiskyrusį šilumos kiekį apskaičiuojame pagal (51):

$$Q = I_{ef.}^2 R t = 270 \text{ } (\text{kJ}). \quad (\text{e})$$

Didžiausia srovė tekės, kai grandinėje įvyks įtampų rezonansas, t. y. kai  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ . Iš čia gauname:

$$L = \frac{1}{\omega^2 C} = 0,68 \text{ } (\text{H}). \quad (\text{f})$$

41. Ore sklindanti poliarizuotoji elektromagnetinė banga pavaizduota 33 pav. Jos elektrinio lauko stiprio amplitudinė reikšmė



33 pav.

$E_0 = 100 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ . Raskime šios bangos magnetinio lauko stiprio amplitudinę reikšmę, didžiausius bangos energijos tankį ir energijos srauto tankį (Pointingo vektoriaus modulį). Laikykite, kad  $\epsilon_{oro} = 1$ ,  $\mu_{oro} = 1$ .

Žinoma:  $E_0 = 100 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ .

Rasti:  $H$ ,  $w$ ,  $P$ .

Sprendimas. Taikydami (54) formulę amplitudinėms elektrinio ir magnetinio laukų stiprių reikšmėms, apskaičiuojame magnetinio lauko stiprį:

$$H_0 = \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} E_0 = 0,26 \left( \frac{\text{A}}{\text{m}} \right). \quad (\text{a})$$

Didžiausią bangos energijos tankį randame pritaikę (55) formulę:

$$w_0 = \epsilon\epsilon_0 E_0^2 = 8,8 \times 10^{-8} \left( \frac{\text{J}}{\text{m}^3} \right). \quad (\text{b})$$

Pointingo vektoriaus modulio didžiausią reikšmę apskaičiuojame pagal (56), laikydami, kad ore elektromagnetinių bangų greitis  $v \cong c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ :

$$P_0 = w_0 v = 26,5 \left( \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right). \quad (\text{c})$$

Rezultatų analizė. Įrašę į formules momentinę elektrinio lauko stiprio reikšmę  $E = E_0 \sin \omega t$ , gautume momentines magnetinio lauko stiprio, bangos energijos tankio ir Pointingo vektoriaus reikšmes. Palyginimui pabrėžtina, kad 1 MHz dažnio elektromagnetinės bangos leistinas žmogų veikiančio magnetinio lauko stipris  $H = 5 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ .

### Banginė optika

42. Šviesos spindulys praeina pro dvi esančias ore gretasienes skaidriasias plokšteles (34 pav.). Įrodykime, kad spindulio kritimo į pirmąją plokštelę kampas  $i_1$  yra lygus išėjimo iš antrosios plokštelės kampui  $r_3$ .

*Sprendimas.* Taikome (57) lygtį spinduliui, einančiam per terpių (oro, pirmosios ir antrosios plokštelės) ribas:

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{v_1}{v_2}, \quad (a)$$

$$\frac{\sin i_2}{\sin r_2} = \frac{v_2}{v_3}, \quad (b)$$

$$\frac{\sin i_3}{\sin r_3} = \frac{v_3}{v_1}, \quad (c)$$

čia  $v_1$ ,  $v_2$  ir  $v_3$  – šviesos greičiai ore, pirmojoje ir antrojoje plokštelėse.

Padauginę kairiąsias ir dešiniąsias (a), (b) bei (c) lygčių puses ir atsižvelgę į tai, kad  $r_1 = i_2$ , o  $r_2 = i_3$ , gauname:

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_3} = 1, \quad (d)$$

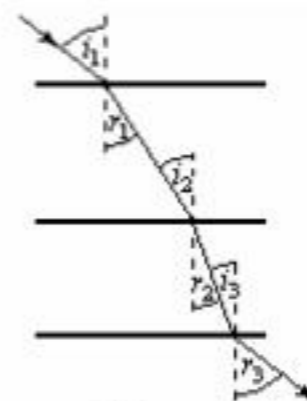
t. y.

$$i_1 = r_3. \quad (e)$$

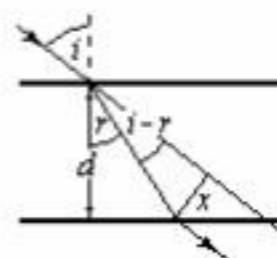
*Rezultatų analizė.* Gautą rezultatą galima apibendrinti bet kokiam gretasienių plokštelių skaičiui. Tiek pro vieną gretasienę plokštelę, tiek pro jų rinkinį praėjęs spindulys išeina pasislinkęs lygiagrečiai su pradine kryptimi dydžiu  $x$ .

Praėjęs pro vieną  $d$  storio plokštelę spindulys pasislenka, kaip matyti iš 35 pav.,

$$\text{dydžiu } x = \frac{d \sin(i - r)}{\cos r}.$$



34 pav.



35 pav.

**43.** Absoliutusias plėvelės lūžio rodiklis  $n=1,4$ . Į ją iš oro  $45^\circ$  kampu krinta baltoji šviesa. Raskime mažiausią plėvelės storį, kuriam esant matysime geltonąją ( $\lambda_0 = 6,0 \times 10^{-7}$  m) atspindėjusiąją šviesą.

*Žinoma:*  $n = 1,4$ ,  $i = i' = 45^\circ$ ,  $\lambda_0 = 6,0 \times 10^{-7}$  m.

*Rasti:*  $d_{\min}$ .

*Sprendimas.* Mažiausią plėvelės storį apskaičiuojame išreikšdami  $d$  iš (59 b) ir laikydami, kad interferencijos maksimumo eilė  $m = 0$ :

$$d_{\min} = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = 1,2 \times 10^{-7} \text{ (m)}. \quad (\text{a})$$

*Rezultatų analizė.* Jei spinduliai kristų statmenai plėvelei ( $i = 0$ ), sąlygą atitinkantis mažiausias plėvelės storis būtų mažesnis:

$$d_{\min} = \frac{\lambda_0}{4n} = 1,1 \times 10^{-7} \text{ (m)}. \quad (\text{b})$$

**44.** Vyksta baltosios šviesos difrakcija plyšyje. Kokio bangos ilgio šviesos trečiosios eilės maksimumas sutampa su raudonosios šviesos antrosios eilės ( $\lambda_1 = 8,4 \times 10^{-7}$  m) maksimumu?

*Žinoma:*  $\lambda_1 = 8,4 \times 10^{-7}$  m,  $m_1 = 2$ ,  $m_2 = 3$ .

*Rasti:*  $\lambda_2$ .

*Sprendimas.* Dviejų skirtingų bangų ilgių ir skirtingų eilių maksimumų sutapimas reiškia, kad tokių plyšį praėjusių spindulių sklidimo kampai  $\varphi$  yra vienodi. Pagal (60 b) esant difrakcijai plyšyje maksimumo sąlyga pirmajam bangos ilgiui

$$b \sin \varphi = \pm(2m_1 + 1) \frac{\lambda_1}{2} = \pm 5 \frac{\lambda_1}{2}, \quad (\text{a})$$

o antrajam

$$b \sin \varphi = \pm(2m_2 + 1) \frac{\lambda_2}{2} = \pm 7 \frac{\lambda_2}{2}. \quad (\text{b})$$

Iš (a) ir (b) lygčių dešiniųjų pusių lygybės gauname:

$$\lambda_2 = \frac{5}{7} \lambda_1 = 6 \times 10^{-7} \text{ (m)}. \quad (\text{c})$$

45. Šviesos, praėjusios vienalytėje terpėje 2 cm storio sluoksnį, intensyvumas sumažėjo 20 %. Kokio storio sluoksnį turi praeiti šviesa, kad jos intensyvumas sumažėtų 80 % ?

Žinoma:  $x_1 = 0,02$  m,  $\frac{I(x_1)}{I_0} = 0,8$ ,  $\frac{I(x_2)}{I_0} = 0,2$ .

Rasti:  $x_2$ .

Sprendimas. Pagal Bugero dėsnį (61) gauname:

$$\frac{I(x_1)}{I_0} = e^{-\alpha_\omega x_1}, \quad (\text{a})$$

$$\frac{I(x_2)}{I_0} = e^{-\alpha_\omega x_2}. \quad (\text{b})$$

Iš (a) išreiškiame sugerties koeficientą  $\alpha_\omega$ :

$$\alpha_\omega = -\frac{1}{x_1} \ln \frac{I(x_1)}{I_0}. \quad (\text{c})$$

Iš (b) išreiškiame  $x_2$ :

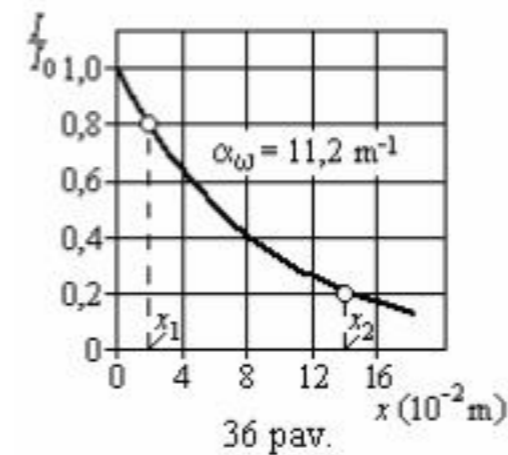
$$x_2 = -\frac{1}{\alpha_\omega} \ln \frac{I(x_2)}{I_0}. \quad (\text{d})$$

[rašome (c) į (d) ir apskaičiuojame:

$$x_2 = x_1 \frac{\ln[I(x_2)/I_0]}{\ln[I(x_1)/I_0]} = 0,02 \frac{\ln 0,2}{\ln 0,8} = 0,14 \text{ (m)}.$$

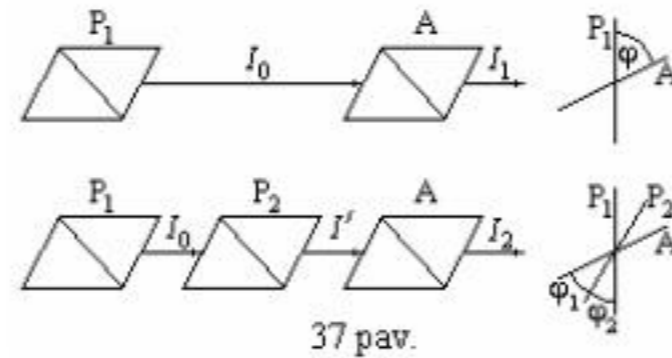
*Rezultatų analizė.* Šviesai sklindant terpėje, šviesos intensyvumas mažėja eksponentiškai.

36 pav. pateiktas šviesos intensyvumo mažėjimo grafikas, nubrėžtas pagal uždavinio sąlygas. Grafike pažymėti nagrinėjami terpės sluoksnio storiai  $x_1$  ir  $x_2$ . Apskaičiuota pagal (c) formulę sugerties koeficiento reikšmė  $\alpha_\omega = 11,2 \text{ m}^{-1}$ .



46. Iš analizatoriaus išeinančios šviesos intensyvumas lygus ketvirčiui įeinančios šviesos intensyvumo. Kiek kartų pasikeistų iš analizatoriaus išeinančios šviesos intensyvumas, jei tarp analizatoriaus ir poliarizatoriaus įdėtume dar vieną poliarizatorių, kurio poliarizacijos plokštuma dalija kampą tarp poliarizatoriaus ir analizatoriaus poliarizacijos plokštumų pusiau (37 pav.)?

Žinoma:  $I_1 = 0,25 I_0$ ,  $\varphi_1 = \varphi_2 = 0,5 \varphi$ .



Rasti:  $\frac{I_2}{I_1}$ .

Sprendimas. Iš Malio dėsnio (62) išreiškiame kampą  $\varphi$  tarp poliarizatoriaus  $P_1$  ir analizatoriaus  $A$  poliarizacijos plokštumų:

$$\varphi = \arccos \sqrt{\frac{I_1}{I_0}} = 60^\circ. \quad (a)$$

Vadinasi, kampai tarp poliarizatoriaus  $P_1$  ir poliarizatoriaus  $P_2$  bei poliarizatoriaus  $P_2$  ir analizatoriaus  $A$  poliarizacijos plokštumų  $\varphi_1 = \varphi_2 = 30^\circ$  (kampai tarp visų Nikolio prizmių poliarizacijos plokštumų pavaizduoti 37 pav.). Taikydami Malio dėsnį, randame iš poliarizatoriaus  $P_2$  išeinančios šviesos intensyvumą:

$$I' = I_0 \cos^2 30^\circ, \quad (b)$$

ir iš analizatoriaus  $A$  išeinančios šviesos intensyvumą:

$$I_2 = I' \cos^2 30^\circ. \quad (c)$$

Įrašome (b) į (c):

$$I_2 = I_0 \cos^4 30^\circ. \quad (e)$$

Atsakymui gauti dalijame  $I_2$  iš  $I_1$ :

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{I_0 \cos^4 30^\circ}{I_0 \cos^2 60^\circ} = 2,25. \quad (f)$$

**47.** Kokiu atstumu nuo 100 cd šviesos stiprio lempos turime laikyti tekstą norėdami gauti 240 lx teksto apšvieta, jei spindulių kritimo kampas  $i = 45^\circ$  ?

*Žinoma:*  $I_{sv.} = 100$  cd,  $E_{sv.} = 240$  lx,  $i = 45^\circ$ .

*Rasti:*  $r$ .

*Sprendimas.* Atstumą išreiškiame iš apšvietos dėsnio (65):

$$r = \sqrt{\frac{I_{sv.}}{E_{sv.}} \cos i} = 0,54 \text{ (m)}. \quad (\text{a})$$

*Rezultatų analizė.* Čia laikėme, kad popierius, nuo kurio atsispindi šviesa, yra matinis, t. y. jis vienodai išsklaido šviesą visomis kryptimis.

**48.** 38 pav. pateikta vidutinės normalios žmogaus akies santykinio spektrinio jautrio kreivė. Ji yra kiek asimetriška, jos dešinysis sparnas tęsiasi nuo maksimumo į ilgesnių bangų pusę toliau, kaip kad kairysis į trumpesnių.

Nustatykite pagal šią kreivę, kiek kartų žmogaus akies jautris mėlynai ( $\lambda_1 = 4,5 \times 10^{-7}$  m), geltonai ( $\lambda_2 = 5,8 \times 10^{-7}$  m), oranžinei ( $\lambda_3 = 6,1 \times 10^{-7}$  m) ir raudonai ( $\lambda_4 = 6,5 \times 10^{-7}$  m) šviesai yra mažesnis už didžiausią jautrį (žaliai šviesai,  $\lambda_0 = 5,55 \times 10^{-7}$  m).

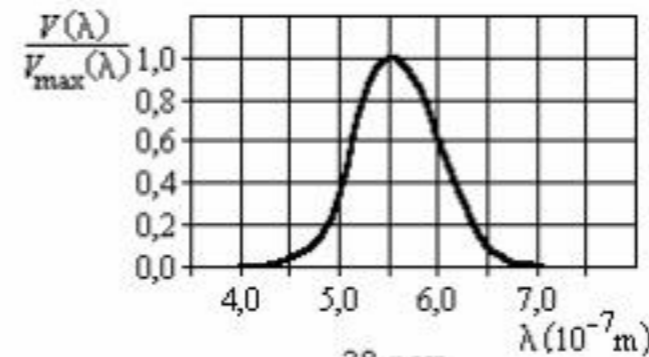
*Sprendimas.* Grafiko leidžiamu tikslumu galima nustatyti:

$$\frac{V(\lambda_1)}{V_{\max}(\lambda_0)} \approx 0,04,$$

$$\frac{V(\lambda_2)}{V_{\max}(\lambda_0)} \approx 0,80,$$

$$\frac{V(\lambda_3)}{V_{\max}(\lambda_0)} \approx 0,50,$$

$$\frac{V(\lambda_4)}{V_{\max}(\lambda_0)} \approx 0,10.$$



38 pav.

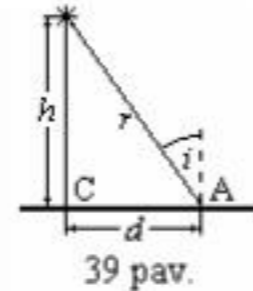
*Rezultatų analizė.* Skirtingų spalvų šviesos spektre užima tam tikrus, palyginti plačius, ruožus. Uždavinyje taikomi bangų ilgiai pasirinkti iš tų ruožų.



49. Taškinis šaltinis yra aukštyje  $h$  virš horizontaliojo paviršiaus. Šaltinio projekcija į paviršių – taškas C (39 pav.). Raskime, kaip kinta apšvieta taške A šviesos šaltinio aukščiui  $h$  kintant statmenai paviršiui.

Žinoma:  $0 < d < \infty$ .

Rasti:  $E_{šv.}(h)$ .



Sprendimas. Apšvietą taške A randame, įrašę į (65) formulę dydžius  $r^2 = h^2 + d^2$  ir

$$\cos i = \frac{h}{\sqrt{h^2 + d^2}};$$

$$E_{šv.} = \frac{I_{šv.}}{r^2} \cos i = \frac{I_{šv.}}{(h^2 + d^2)^{3/2}}. \quad (a)$$

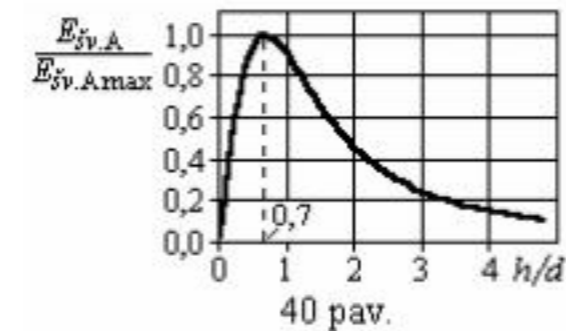
Kadangi  $I_{šv.}$  nežinomas, apšvietą matuojame santykiniu dydžiu

$\frac{E_{šv.A}}{E_{šv.A \max}}$  (čia  $E_{šv.A \max}$  – didžiausia apšvieta, pasiekama taške A).

Prilyginę (a) lygties dešinėsios pusės išvestinę nuliui ir išsprendę gautąją lygtį, gauname, kad  $E_{šv.A \max}$  atitinka  $h/d = 0,7$ ). Šviesos šaltinio aukštį išreiškiame santykiniu dydžiu  $h/d$ . Santykinės apšvietos

$\frac{E_{šv.A}}{E_{šv.A \max}}$  taške A priklausomybė nuo  $h/d$  režiuose nuo 0 iki

$\approx 5h/d$  grafiškai pateikiama 40 pav.



Rezultatų analizė. Kai  $h \rightarrow 0$ ,  $E_{šv.A} \rightarrow 0$ , nes  $\cos i \rightarrow 0$ .

Didėjant  $h$ , apšvieta  $E_{šv.A}$  didėja (kol  $\cos i$  didėja greičiau kaip kad  $r^2$ ) ir pasiekia maksimumą, kai  $h = d/\sqrt{2} \approx 0,7d$ , paskui

mažėja (šiam  $h/d$  reikšmių ruože  $r^2$  didėja greičiau už  $\cos i$ ).



### Kvantinė optika

**50.** Raskime, kokią energiją per 10 minučių išspinduliuoja 1 cm skersmens absoliučiai juodas rutuliukas, kurio pastovi temperatūra  $t = 527^{\circ} \text{C}$ ?

*Žinoma:*  $t = 600 \text{ s}$ ,  $d = 0,01 \text{ m}$ ,  $T = 800 \text{ K}$ .

*Rasti:*  $E$ .

*Sprendimas.* Taikydami (67) formulę baigtinėms dydžių reikšmėms, išreiškiame energiją  $E$ :

$$E = R_T^{\bullet} S t = \pi d^2 R_T^{\bullet} t. \quad (\text{a})$$

čia  $S = \pi d^2$  – rutuliuko paviršiaus plotas.

Rutuliuko energinį šviesį randame pagal Stefano ir Bolcmano dėsnį:

$$R_T^{\bullet} = \sigma T^4. \quad (\text{b})$$

Įrašome (b) į (a) ir apskaičiuojame:

$$E = \pi \sigma T^4 d^2 t = 4,4 \text{ (kJ)}. \quad (\text{c})$$

*Rezultatų aptarimas.* Spręsdami šį uždavinį laikėme, kad aplinkos temperatūra  $T_0 = 0 \text{ K}$  (žr. 51 uždavinį).

**51.** Raskime, kiek kartų skiriasi energinis šviesis, kai skaičiuojant absoliučiai juodo kūno spinduliavimą aplinkos temperatūra laikoma  $T_0 = 0 \text{ K}$  vietoj tikrosios  $T_0'$ .

*Žinoma:*  $T_0 = 0 \text{ K}$ ,  $T_0'$ .

*Rasti:*  $\frac{R_{T_1}^{\bullet}}{R_{T_2}^{\bullet}}$ .

*Sprendimas.* Pirmuoju atveju taikytina (70 a) formulė, antruoju – (70 b). Pagal jas apskaičiuotų energinių šviesių santykis

$$\frac{R_{T_1}^{\bullet}}{R_{T_2}^{\bullet}} = \frac{\sigma T^4 S t}{\sigma [T^4 - (T_0')^4] S t} = \frac{T^4}{T^4 - (T_0')^4}. \quad (\text{a})$$

*Rezultatų analizė.* Skaičiavimo santykinė paklaida tuo didesnė, kuo aukštesnė aplinkos temperatūra. Jei 50 uždavinyje laikytume aplinkos temperatūra  $T_0 = 293 \text{ K}$ , gautume 2% mažesnę  $E$ .

52. Absoliučiai juodo kūno modeliu gali būti gerai sugeriančio šviesą vidinio paviršiaus ertmė su nedidele skylute. Tarkime, kad 41 pav. pavaizduotos ertmės vidinio paviršiaus absorbcijos geba  $a_T = 0,8$ . Raskime, kokia į ertmę patekusio šviesos bangos energijos dalis liks neabsorbuota po 7 atspindžių. Kiek atspindžių mažiausiai turi įvykti, kad šviesos bangos energija sumažėtų ne mažiau kaip milijoną kartų?

Žinoma:  $a_T = 0,8$ ,  $n = 7$ ,  $\frac{E_{n_x}}{E_0} = 10^{-6}$ .

Rasti:  $\frac{E_n}{E_0}$ ,  $x$ .

Sprendimas. Pirmojo atspindžio metu atspindima energija  $E_1 = E_0 - a_T E_0 = (1 - a_T) E_0$ , antrojo –  $E_2 = (1 - a_T) E_1 = (1 - a_T)^2 E_0$ ,



41 pav.

$n$ -ojo –  $E_n = (1 - a_T)^n E_0$ . Vadinasi, po  $n$ -ojo atspindžio atsispindėjusios šviesos bangos energija sudaro  $(1 - a_T)^n = \frac{E_n}{E_0}$  dalį pradinės energijos.

Nagrinėjamu atveju po 10 atspindžių

$$\frac{E_7}{E_0} = (1 - a_T)^7 = 1,3 \times 10^{-5}. \quad (a)$$

Atspindžių skaičių  $x$ , po kurių šviesos energija sumažės milijoną kartų, randame logaritmavę lygtį  $(1 - a_T)^x = 10^{-6}$ :

$$x = \frac{\log 10^{-6}}{\log(1 - a_T)} = 8,6. \quad (b)$$

Kadangi atspindžių skaičius turi būti sveikasis,  $x = 9$ . Pagal (a) randame, kad po 12 atspindžių šviesos energija sumažės  $\approx 2 \times 10^6$  kartų.

*Rezultatų analizė.* Atspindėtos šviesos bangos energija greitai mažėja didėjant absorbcijos gebai. Pavyzdžiui, esant  $a_T = 0,99$ , atsispindėjusios šviesos bangos energija sumažėja milijoną kartų jau po trijų atspindžių.

**53.** Laikykime, kad žmogaus odos pastovi absoliučioji temperatūra  $T = 306 \text{ K}$  (ji yra mažesnė už raumenų), o aplinkos absoliučioji temperatūra  $T_0 = 293 \text{ K}$ . Žmogaus kūną laikome pilkuoju, kurio absorbcijos koeficientas  $a_T = 0,90$ . Raskime nuogo žmogaus kūno spinduliuojamą galią.

*Žinoma:*  $S = 1,5 \text{ m}^2$ ,  $T = 306 \text{ K}$ ,  $T_0 = 293 \text{ K}$ ,  $a_T = 0,90$ .

*Rasti:*  $W_T$ .

*Sprendimas.* Taikydami (67) formulę baigtiniams dydžiams, gauname:

$$W_T = R_T^* S. \quad (\text{a})$$

Pagal (70 b) ir (71) –

$$R_T^* = a_T \sigma (T^4 - T_0^4). \quad (\text{b})$$

Įrašę (b) į (a), gauname žmogaus kūno spinduliuojamą galią:

$$W_T = a_T \sigma (T^4 - T_0^4) S = 107 \text{ (W)}. \quad (\text{c})$$

*Rezultatų analizė.* Nagrinėjamu atveju spinduliuojama galia labai priklauso nuo aplinkos temperatūros. Pavyzdžiui, jei aplinkos absoliučioji temperatūra  $T_0 = 300 \text{ K}$ , žmogaus kūno spinduliuojama galia  $W_T = 51 \text{ W}$ .

**54.** Tarkime, kad žmogus apsirengęs prie kūno prigludusiu trikotažiniu kostiumu, kurio plotas  $1,5 \text{ m}^2$ , absoliučioji temperatūra  $T = 301 \text{ K}$ , kostiumo kaip pilkojo kūno absorbcijos koeficientas  $a_T = 0,73$ . Absoliučioji aplinkos temperatūra  $T_0 = 293 \text{ K}$ . Raskime spinduliuojamą galią šiuo atveju.

*Žinoma:*  $S = 1,5 \text{ m}^2$ ,  $T = 301 \text{ K}$ ,  $T_0 = 293 \text{ K}$ ,  $a_T = 0,73$ .

*Rasti:*  $W_T$ .

*Sprendimas.* Taikome 53 (c) uždavinio formulę:

$$W_T = a_T \sigma (T^4 - T_0^4) S = 52 \text{ (W)}. \quad (\text{a})$$

*Rezultatų analizė.* Palyginę gautąjį rezultatą su 53 uždavinio rezultatu (c), matome, kad net paprasčiausi drabužiai sumažina spinduliuojamą energijos nuostolius daugiau kaip du kartus (čia nepaisėme drabužių ir oro šilumos laidumo).

**55.** Bangos ilgis, atitinkantis Saulės energinio šviesio maksimumą,  $\lambda_{\max} = 5,5 \times 10^{-7}$  m. Laikydami Saulę absoliučiai juodu kūnu, raskime Saulės absoliučiąją temperatūrą (vadinamąją spalvinę).

*Žinoma:*  $\lambda_{\max} = 5,5 \times 10^{-7}$  m.

*Rasti:*  $T_{sp}$ .

*Sprendimas.* Saulės spalvinę temperatūrą randame pagal (72):

$$T_{sp} = \frac{b}{\lambda_{\max}} = 5270 \text{ (K)}. \quad (\text{a})$$

*Rezultatų analizė.* Spalvinė Saulės temperatūra yra mažesnė už vadinamąją Saulės efektyvią temperatūrą  $T_{ef} = 5780$  K, nustatomą pagal Stefano ir Bolcmano dėsnį.

**56.** Absoliučiai juodo kūno energinio šviesio maksimumą atitinkantis bangos ilgis sumažėjo 20 %. Kiek kartų pakito šio kūno energinis šviesis?

*Žinoma:*  $\frac{\lambda_{\max 2}}{\lambda_{\max 1}} = 0,8$ .

*Rasti:*  $\frac{R_{T2}^{\bullet}}{R_{T1}^{\bullet}}$ .

*Sprendimas.* Absoliučiai juodo kūno energinių šviesių santykį gauname pagal Stefano ir Bolcmano dėsnį (70 a):

$$\frac{R_{T2}^{\bullet}}{R_{T1}^{\bullet}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4. \quad (\text{a})$$

Absoliučiuųjų temperatūrų santykį apskaičiuojame, pritaikę Vino poslinkio dėsnį (72):

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\lambda_{\max 1}}{\lambda_{\max 2}}. \quad (\text{b})$$

Įrašome (b) į (a) ir apskaičiuojame:

$$\frac{R_{T2}^{\bullet}}{R_{T1}^{\bullet}} = \left(\frac{\lambda_{\max 1}}{\lambda_{\max 2}}\right)^4 = \left(\frac{1}{0,8}\right)^4 = 2,4. \quad (\text{c})$$

*Rezultatų analizė.*  $T$  didėjant  $\lambda_{\max}$  mažėja, o  $R_T^{\bullet}$  didėja.

57. Kiek kartų violetinės šviesos ( $\lambda_v = 4,0 \times 10^{-7} \text{ m}$ ) kvanto energija yra didesnė už raudonosios šviesos ( $\lambda_r = 7,6 \times 10^{-7} \text{ m}$ )?

Žinoma:  $\lambda_v = 4,0 \times 10^{-7} \text{ m}$ ,  $\lambda_r = 7,6 \times 10^{-7} \text{ m}$ .

Rasti:  $\frac{\varepsilon_v}{\varepsilon_r}$ .

Sprendimas. Į kvanto energijos (73) formulę įrašome dažnio išraišką iš (52) ir apskaičiuojame:

$$\frac{\varepsilon_v}{\varepsilon_r} = \frac{hc}{\lambda_v} : \frac{hc}{\lambda_r} = \frac{\lambda_r}{\lambda_v} = 1,9. \quad (\text{a})$$

58. Tarkime, kad spektro linijos bangos ilgis  $\lambda = 6 \times 10^{-7} \text{ m}$ , linijos plotis  $\Delta\lambda = 4,5 \times 10^{-10} \text{ m}$ . Kokį energijos ruožą atitinka šis plotis?

Žinoma:  $\Delta\lambda = 4,5 \times 10^{-10} \text{ m}$ .

Rasti:  $\Delta\varepsilon$ .

Sprendimas. Taikykime 57 uždavinyje gautą formulę  $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$ . Ją diferencijavę gauname:

$$d\varepsilon = \frac{hc d\lambda}{\lambda^2}. \quad (\text{a})$$

Šioje formulėje pakeičiame diferencialus baigtiniais pokyčiais ir apskaičiuojame:

$$\Delta\varepsilon = \frac{hc \Delta\lambda}{\lambda^2} = 2,5 \times 10^{-22} \text{ (J)}. \quad (\text{b})$$

Rezultatų analizė. Šį atsakymą galima gauti kitaip. Bangos ilgį  $\lambda$  atitinka kvanto energija  $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$ , o bangos ilgį  $(\lambda + \Delta\lambda)$  –

kvanto energija  $\varepsilon + \Delta\varepsilon = \frac{hc}{\lambda + \Delta\lambda}$ . Vadinasi, energijų ruožas

$$\Delta\varepsilon = \frac{hc}{\lambda + \Delta\lambda} - \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc \Delta\lambda}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)} \approx \frac{hc \Delta\lambda}{\lambda^2} \quad (\text{čia laikoma, kad } \Delta\lambda \ll \lambda).$$

59. Regimajai šviesai registruoti taikomas fotokatodas iš  $\text{Cs}_3\text{Sb}$ , kurio raudonoji fotoefekto riba  $\lambda_0 = 5,8 \times 10^{-7} \text{ m}$ . Raskime didžiausią fotoelektronų greitį, kai šis fotokatodas apšviečiamas bangos ilgio  $\lambda = 5,3 \times 10^{-7} \text{ m}$  monochromatine šviesa.

Žinoma:  $\lambda_0 = 5,8 \times 10^{-7} \text{ m}$ ,  $\lambda = 5,3 \times 10^{-7} \text{ m}$ ,  $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ .

Rasti:  $v_{\text{max}}$ .

Sprendimas. Į išorinio fotoefekto lygtį (74) įrašome išlaisvinimo darbo išraišką iš  $A_{\text{isl.}} = h\nu_0$ :

$$h\nu = h\nu_0 + \frac{m_e v_{\text{max}}^2}{2}. \quad (\text{a})$$

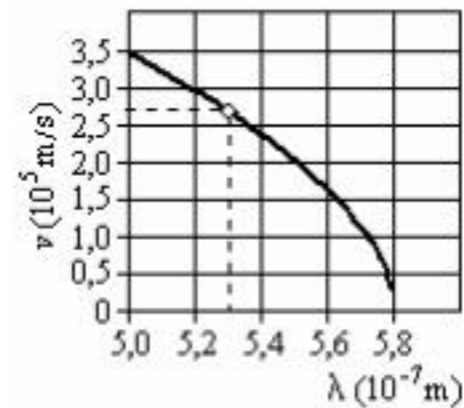
Atsižvelgę į bangos ilgio ir dažnio sąsają  $\lambda\nu = c$  (čia  $c$  – šviesos greitis vakuume), (a) lygtį užrašome taip:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{m_e v_{\text{max}}^2}{2}. \quad (\text{b})$$

Iš (b) lygties išreiškiame  $v_{\text{max}}$  ir apskaičiuojame:

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2hc}{m_e} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)} = 2,7 \times 10^5 \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right). \quad (\text{c})$$

Rezultatų aptarimas. Kadangi gautoji fotoelektronų greičio reikšmė  $v_{\text{max}} \ll c$ , galima nepaisyti reliatyvistinio elektrono masės padidėjimo.



42 pav.

Didžiausias fotoelektronų greitis sparčiai mažėja, kai fotoefektą sukeliančios šviesos bangos ilgis  $\lambda$  artėja į raudonąją fotoefekto ribą  $\lambda_0$ . Didžiausio fotoelektronų greičio  $v_{\text{max}}$  priklausomybė nuo šviesos bangos ilgio  $\lambda$  pateikta 42 pav. Uždavinio sąlygą atitinka baltasis grafiko taškas.

**60.** Raskime fotono masę ir impulsą.

*Sprendimas.* Fotonas kaip šviesos kvazidalelė neturi rimties masės ( $m_{f0} = 0$ ), bet turi reliatyvistinę masę ( $m_f$ ). Pagal reliatyvumo teoriją bet kokią masę  $m$  atitinka energija  $E = mc^2$  (čia  $c$  – šviesos greitis vakuume). Fotono energija  $\varepsilon = m_f c^2$ , vadinasi, jo reliatyvistinė masė yra

$$m_f = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (\text{a})$$

Fotono impulsas (masės ir greičio sandauga):

$$p_f = m_f c = \frac{h\nu}{c}. \quad (\text{b})$$

*Rezultatų analizė.* Fotono masė ir impulsas priklauso nuo šviesos dažnio. Pavyzdžiui, raudonosios šviesos ( $\nu = 3,7 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ) fotono masė  $m_f = 2,7 \times 10^{-36} \text{ kg}$ , impulsas  $p_f = 8,2 \times 10^{-28} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$ .

**61.** Paviršiaus energinė apšvieta lygi  $2,2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ , jo atspindžio koeficientas  $\rho = 0,8$ . Kokį slėgį sukelia ši apšvieta?

*Žinoma:*  $E_{en.} = 2,2 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ ,  $\rho = 0,8$ .

*Rasti:*  $p$ .

*Sprendimas.* Šviesos sukeliama slėgį randame pagal (75):

$$p = \frac{E_{en.}(1+\rho)}{c} = 1,3 \times 10^{-8} \text{ (Pa)}. \quad (\text{a})$$

*Rezultatų analizė.* Matome, kad esant įprastinėms energinės apšvietos reikšmėms šviesos slėgis yra labai mažas. Tokio slėgio sukeliama jėga gali pastebimai veikti tik labai mažas daleles. Pavyzdžiui, kometų uodegos visada nukreiptos nuo Saulės būtent dėl jos šviesos slėgio.

Labai galingos žvaigždžių (tarp jų – Saulės) gelmių spinduliuotės slėgis atsveria gravitacinę traukos jėgą ir laiduoja žvaigždžių stabilumą.



**62.** Paviršiaus atspindžio koeficientas  $\rho_0$ . Kiek kartų pakistų ši paviršių veikiantis šviesos slėgis, jei paviršiaus atspindžio koeficientas pasikeistų  $n$  kartų?

*Žinoma.*  $\rho_0$ ,  $\frac{p}{p_0} = n$ .

*Rasti:*  $\frac{p}{p_0}$ .

*Sprendimas.* Pagal (75) randame šviesos slėgių santykį:

$$\frac{p}{p_0} = \frac{1 + \rho}{1 + \rho_0} = \frac{1 + n\rho_0}{1 + \rho_0}. \quad (\text{a})$$

*Rezultatų analizė.* Iš (a) matome, kad šviesos slėgių santykis priklauso nuo paviršiaus pradinio atspindžio koeficiento ir yra tiesinė  $n$  funkcija.

**63.** Raskime bangos ilgį tokios rentgeno spinduliuotės, kurios sklaida (Komptono reiškinyje)  $90^\circ$  kampą padidina bangos ilgį dvigubai.

*Žinoma:*  $\lambda = 2\lambda_0$ ,  $\theta = 90^\circ$ .

*Rasti:*  $\lambda_0$ .

*Sprendimas.* Taikome (76) formulę:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_{e0}c}(1 - \cos\theta), \quad (\text{a})$$

čia  $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J s}$ ,  $m_{e0} = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ,  $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,  $\theta = 90^\circ$ .

Pagal uždavinio sąlygą gauname:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 2\lambda_0 - \lambda_0 = \lambda_0. \quad (\text{b})$$

Įrašome į (a) formulę (b) bei skaitines dydžių reikšmes ir apskaičiuojame:

$$\lambda_0 = \frac{h}{m_{e0}c}(1 - \cos\theta) = 2,4 \times 10^{-12} \text{ (m)}. \quad (\text{c})$$

*Rezultatų aptarimas.* (a) formulėje prieš skliaustus esantis pastovusis dydis  $\Lambda = \frac{h}{m_{e0}c} = 2,426 \times 10^{-12} \text{ m}$  vadinamas elektrono Komptono bangos ilgiu.



### Atomo fizikos ir kvantinės mechanikos elementai

**64.** Raskime linijos, atitinkančios elektrono šuolį iš vandenilio atomo penktojo lygmens ( $m = 5$ ) į trečiąjį ( $n = 3$ ), bangos ilgį.

*Žinoma:*  $m = 5$ ,  $n = 3$ .

*Rasti:*  $\lambda_{mn}$ .

*Sprendimas.* Elektrono šuolio metu spinduliuojamo kvanto dažnį randame pagal (77) formulę. Kadangi  $\lambda_{mn} = \frac{c}{\nu_{mn}}$ , iš (77) gauname:

$$\lambda_{mn} = \frac{cn^2m^2}{R(m^2 - n^2)} = 1,3 \times 10^{-6} \text{ (m)}. \quad (\text{a})$$

*Rezultatų analizė.* Tokio bangos ilgio linija priklauso infraraudojoje spektro srityje esančiai Pašeno serijai.

**65.** Remdamiesi Boro teorija, apskaičiuokime trijų pirmųjų leistinių vandenilio atomo orbitų spindulius ir raskime  $n$ -ojoje orbitoje esančio elektrono kinetinę, potencinę ir pilnutinę energiją.

*Sprendimas.* Leistinių vandenilio atomo elektrono orbitų spindulius apskaičiuojame pagal (78 a), laikydami  $Z = 1$ :

$$r_1 = 5,30 \times 10^{-11} \text{ (m)}, r_2 = 21,2 \times 10^{-11} \text{ (m)}, r_3 = 47,8 \times 10^{-11} \text{ (m)}. \quad (\text{a})$$

Trys pirmosios vandenilio atomo elektronų orbitos pavaizduotos 43 pav. (išlaikytas orbitų spindulių, bet ne branduolio mastelis).

Elektrono, esančio  $n$ -ajame lygmenyje, kinetinė energija

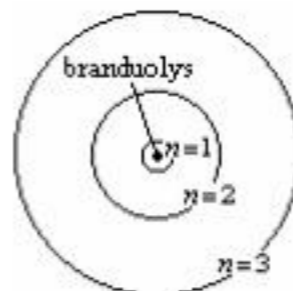
$$E_{kin} = \frac{m_e v_n^2}{2}. \quad (\text{b})$$

Elektrono greitį nusako (78 b) formulė:

$$v_n = \frac{e^2}{2\epsilon_0 h} \cdot \frac{1}{n}. \quad (\text{c})$$

Įrašome (c) į (b):

$$E_{kin} = \frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (\text{d})$$



43 pav.

Elektrono ir branduolio, kurio krūvis  $Ze$ , sąveikos potencinė energija (primename, kad potencinė energija laikoma lygi nuliui, kai

elektronas yra be galo nutolęs nuo branduolio, todėl sąveikos potencialinė energija yra neigiamoji) skaičiuojama taip:

$$E_{pm} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n^2} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^4 m_e}{4\pi\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{e^4 m_e}{4\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (e)$$

Pilnutinė elektrono energija yra

$$E_n = E_{kn} + E_{pm} = -\frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad (f)$$

čia  $n = 1, 2, 3, \dots$  – pagrindinis kvantinis skaičius ( $n = 1$  atitinka atomo pagrindinę būseną,  $n = 2, 3, \dots$  sužadintąsias).

*Rezultatų analizė.* Apskaičiuokime, kokio dažnio fotonas išspinduliuojamas, kai vandenilio atomo ( $Z = 1$ ) elektronas pereina iš  $m$ -ojo į  $n$ -ąjį energijos lygmenį.

Išspinduliuoto kvanto energija lygi energijos lygmenų, tarp kurių įvyko šuolis, energijų skirtumui:

$$h\nu = E_m - E_n. \quad (g)$$

Išspinduliuoto kvanto dažnis

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h}. \quad (h)$$

Į (h) lygtį įrašome pagal (f) gautas energijų reikšmes:

$$\nu = \frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^3} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right). \quad (i)$$

Palyginę (i) ir (77) formules, gauname Rydbergo konstantos reikšmę:

$$R = \frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^3} = 3,29 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}. \quad (j)$$

Vadinasi, Boro teorija leidžia apskaičiuoti linijinio vandenilio spektro linijų dažnius (kartu ir bangos ilgus).

**66.** Apskaičiuokime ir palyginkime de Broilio bangų ilgius:

a) greičiu  $6 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  judančio elektrono; b) greičiu  $6 \times 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}}$  judančios dulkelės, kurios masė  $10^{-9} \text{ kg}$ ; c) greičiu  $600 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  judančios kulkos, kurios masė  $0,02 \text{ kg}$ .

$$\text{Žinoma: } v_e = 6 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}, \quad v_d = 6 \times 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

$$m_d = 10^{-9} \text{ kg}, \quad v_k = 600 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad m_k = 0,02 \text{ kg}.$$

$$\text{Rasti: } \lambda_{Br.(e)}, \lambda_{Br.(d)}, \lambda_{Br.(k)}.$$

*Sprendimas.* De Broilio bangų ilgius apskaičiuojame pagal (79) formulę:

$$\lambda_{Br.(e)} = \frac{h}{m_e v_e} = 1,2 \times 10^{-10} \text{ (m)}, \quad (\text{a})$$

$$\lambda_{Br.(d)} = \frac{h}{m_d v_d} = 1,1 \times 10^{-21} \text{ (m)}, \quad (\text{b})$$

$$\lambda_{Br.(k)} = \frac{h}{m_k v_k} = 5,5 \times 10^{-35} \text{ (m)}. \quad (\text{c})$$

*Rezultatų analizė.* Apskaičiuoti de Broilio bangų ilgiai rodo, kad elektronai iš esmės gali difraguoti kristaluose, nes atstumai tarp kristalo atomų (mazgų) yra maždaug  $10^{-10} \text{ m}$  eilės. Makropasaulio objektų (dulkelės, kulkos) banginės savybės (difrakcija) pasireikšti nebegali, nes tokių objektų de Broilio bangų ilgiai yra nepalyginamai mažesni už bet kokias kliūtis ar difrakcinių gardelių periodus.

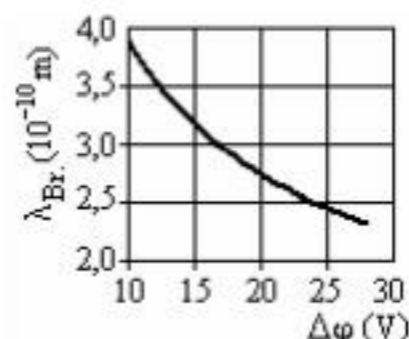
**67.** Raskime, kaip elektrono de Broilio bangos ilgis priklauso nuo elektrono greitinančio potencialų skirtumo  $\Delta\varphi$ .

$$\text{Žinoma: } \Delta\varphi, |e| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}, m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}.$$

*Sprendimas.* Darbas, atliktas perkeltant elektroną tarp  $\Delta\varphi$  potencialų skirtumo taškų, lygus elektrono įgytai kinetinei energijai:

$$|e| \Delta\varphi = \frac{m_e v^2}{2}. \quad (\text{a})$$

Iš (a) išreiškiame greitį  $v$  ir įrašome į (79) formulę:



44 pav.

$$\lambda_{Br.} = \frac{h}{\sqrt{2|e|\Delta\phi m_e}}. \quad (b)$$

44 pav. pateiktas (a) lygties grafikas  $\Delta\phi$  režiuose nuo 10 V iki 25 V.

*Rezultatų analizė.* Matome, kad, didėjant greitinančiam potencialų skirtumui, didėja elektrono greitis, kartu ir impulsas, todėl elektrono de Broilio bangos ilgis mažėja. Nagrinėjamuose potencialų skirtumo režiuose elektrono greitis yra daug mažesnis už šviesos greitį vakuume, todėl galime taikyti klasikinę kinetinės energijos formulę (a).

**68.** Raskime laisvosios dalelės energijos (jos pilnutinė energija lygi kinetinei) ir dalelės de Broilio bangos dažnio sąsają. Žinoma, kad grupinis de Broilio bangų greitis  $u$  lygus dalelės greičiui  $v$  ( $u = v$ ).

*Sprendimas.* Taikome bangos grupinio greičio ir ciklinio dažnio  $\omega$  sąsają:

$$u = \frac{d\omega}{dk}, \quad (a)$$

čia  $k_{Br.} = \frac{2\pi}{\lambda_{Br.}}$  – de Broilio bangų skaičius.

Kadangi  $\omega = 2\pi\nu$  ir  $\lambda_{Br.} = \frac{h}{mv}$ , užrašome (a) tokia forma:

$$u = \frac{d\omega}{dk_{Br.}} = \frac{dv_{Br.}}{d\left(\frac{1}{\lambda_{Br.}}\right)} = \frac{h}{m} \cdot \frac{dv_{Br.}}{dv}, \quad (b)$$

Kadangi  $u = v$ , iš (b) gauname  $h dv_{Br.} = m v dv$  ir integruojame:

$$v_{Br.} = \frac{m}{h} \int v dv = \frac{1}{h} \cdot \frac{mv^2}{2} = \frac{E}{h}. \quad (c)$$

*Rezultatų analizė.* Gavome laisvosios dalelės energijos ir dalelės de Broilio bangos dažnio sąsają  $E = h\nu_{Br.}$ , kuri sieja dalelės bangines ir korpuskulines savybes.

**69.** Raskime vandenilio atomo pirmojoje orbitoje esančio elektrono greičio neapibrėžtumą, laikydami, kad elektrono koordinatės neapibrėžtumas lygus pirmosios vandenilio atomo orbitos skersmeniui, apskaičiuotam pagal Boro atomo modelį.

*Sprendimas.* Pagal (78 a) apskaičiuotas vandenilio atomo modelio pirmosios orbitos spindulys (žr. 65 uždavinį)  $r_1 = 5,30 \times 10^{-11} \text{ (m)}$ . Elektrono koordinatės neapibrėžtumas lygus orbitos skersmeniui:

$$\Delta x = 2r_1 \approx 1,1 \times 10^{-10} \text{ (m)} \quad (\text{a})$$

Greičio neapibrėžtumą  $\Delta v_x$  randame pritaikę (80) formulę:

$$\Delta v_x \geq \frac{h}{m_e \Delta x} = 6,6 \times 10^6 \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \quad (\text{b})$$

*Rezultatų analizė.* Apskaičiuokime elektrono greitį pirmojoje ( $n=1$ ) vandenilio atomo orbitoje pagal 65 uždavinio (c) formulę:

$$v_x = \frac{e^2}{2\epsilon_0 h} \cdot \frac{1}{n} = 2,2 \times 10^6 \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \quad (\text{c})$$

Palyginę (b) su (c), matome, kad atome elektrono greičio neapibrėžtumas yra trigubai didesnis už patį greitį. Vadinasi, kvantinės mechanikos požiūriu atomo elektrono negalima vaizduoti kaip greitai besisukančio apie branduolį taškinio krūvio.

**70.** Dalelės koordinatės  $x$  neapibrėžtumas lygus dalelės de Broilio bangos ilgiui. Raskime dalelės santykinį impulso neapibrėžtumą.

*Sprendimas.* Iš (80) gauname:

$$\Delta p_x \geq \frac{h}{\Delta x} = \frac{h}{\lambda_{Br}} \quad (\text{a})$$

Iš (79) išreiškiame  $p_x$ :

$$p_x = \frac{h}{\lambda_{Br}} \quad (\text{b})$$

Panariui padaliję (a) lygtį iš (b), gauname santykinį dalelės impulso neapibrėžtumą:

$$\frac{\Delta p_x}{p_x} \geq 1 \quad (\text{c})$$

**71.** Tarkime, kad azoto molekulė ( $m = 4,6 \times 10^{-26}$  kg) yra  $b = 10^{-6}$  m pločio be galo gilioje potencialo duobėje. Raskime pirmojo ir antrojo lygmenų energijos skirtumą.

*Žinoma:*  $m = 4,6 \times 10^{-26}$  kg,  $b = 10^{-6}$  m,  $n_2 = 2$ ,  $n_1 = 1$ .

*Rasti:*  $\Delta E_{21}$ .

*Sprendimas.* Pirmojo ir antrojo lygmenų energijos skirtumą randame pritaikę (81):

$$\Delta E_{21} = E_2 - E_1 = \frac{h^2}{8mb^2} (n_2^2 - n_1^2) = 3,6 \times 10^{-30} \text{ (J)}. \quad (\text{a})$$

*Rezultatų analizė.* Toks mažas energijos lygmenų skirtumas ( $\Delta E_{21} = 3,6 \times 10^{-30}$  J =  $2,2 \times 10^{-11}$  eV) reiškia iš esmės ištisinį energijos spektrą. Pabrėžtina, kad bet kokių dviejų gretimų ( $n$ -ojo ir  $(n+1)$ -ojo) energijos lygmenų skirtumas yra

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{h^2}{8mb^2} [(n+1)^2 - n^2] = \frac{h^2}{8mb^2} (2n+1). \quad (\text{b})$$

**72.** Raskime elektrono, esančio  $b = 10^{-10}$  m pločio (maždaug atomo dydžio) be galo gilioje potencialo duobėje pirmojo ir antrojo energijos lygmenų skirtumą.

*Žinoma:*  $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$  kg,  $b = 10^{-10}$  m,  $n_2 = 2$ ,  $n_1 = 1$ .

*Rasti:*  $\Delta E_{21}$ .

*Sprendimas.* Pagal 71 uždavinio (b) formulę:

$$\Delta E_{21} = E_2 - E_1 = \frac{h^2}{8m_e b^2} (n_2^2 - n_1^2) = 1,8 \times 10^{-17} \text{ (J)} \approx 113 \text{ (eV)}. \quad (\text{a})$$

*Rezultatų analizė.* Esant tokiam gretimų energijos lygmenų skirtumui lygmenų diskretumas yra akivaizdus. Iš (81) gauname, kad elektrono, esančio be galo gilioje potencialo duobėje, dviejų gretimų energijos lygmenų skirtumas didėja didėjant pagrindiniam kvantiniam skaičiui  $n$  (atome  $\Delta E_n$  mažėja, žr. 73 uždavinį).

**73.** Raskime vandenilio atomo keturių pirmųjų lygmenų energijas ir gretimų energijos lygmenų skirtumus (vandenilio  $Z = 1$ ).

*Sprendimas.* Lygmenų energijas skaičiuojame taikydami (82 b) formulę:

$$E_n = -\frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -2,2 \times 10^{-18} \frac{1}{n^2} \text{ (J)}. \quad (\text{a})$$

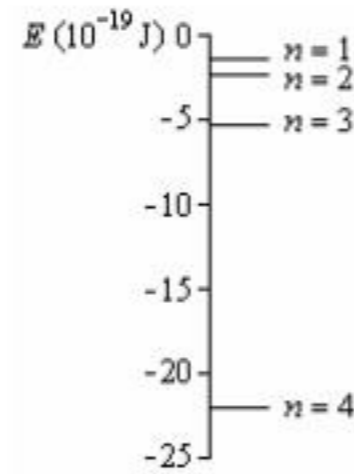
Pagal (a) apskaičiuotos lygmenų energijos:

$$E_1 = -22 \times 10^{-19} \text{ J}, \quad E_2 = -5,4 \times 10^{-19} \text{ J}, \quad E_3 = -2,4 \times 10^{-19} \text{ J},$$

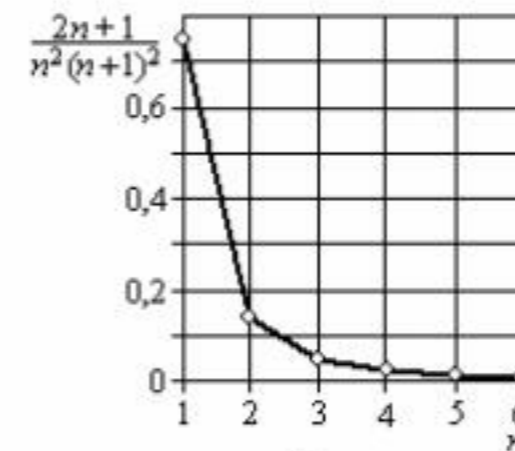
$$E_4 = -1,4 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

Iš (a) gauname:

$$\Delta E(n) = E_{n+1} - E_n = \frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}. \quad (\text{b})$$



45 pav.



46 pav.

Energijos lygmenys pavaizduoti 45 pav., o jų skirtingas  $n$  reikšmes atitinkantys skirtumai – 46 pav.

*Rezultatų analizė.* Didėjant pagrindiniam kvantiniam skaičiui  $n$  (b) formulės daugiklis  $\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$  greitai artėja prie nulio, t. y. gretimų lygmenų energijų skirtumas  $\Delta E \rightarrow 0$ . Tai reiškia, kad  $n$  didėjant spinduliuojamos energijos diskretusis spektras vis labiau panašėja į ištisinį spektrą.



74. Tarkime, kad Rentgeno vamzdyje elektronai yra greitunami potencialų skirtumo  $\Delta\varphi = 50$  kV. Raskime rentgeno spinduliuotės ištinio spektro ribinį bangos ilgį  $\lambda_0$ .

Žinoma:  $\Delta\varphi = 50$  kV.

Rasti:  $\lambda_0$ .

Sprendimas. Laikykime, kad pradinis elektronų greitis lygus 0. Tada potencialų skirtumo  $\Delta\varphi$  pagreintų elektronų kinetinė energija lygi elektrinio lauko jėgos atliktam darbui:

$$E_k = |e| \Delta\varphi. \quad (a)$$

Pagal energijos tvermės dėsnį rentgeno spinduliuotės ištinio spektro ribinis (mažiausias) bangos ilgis gaunamas, jei visa elektrono energija virsta rentgeno spinduliuotės kvantu:

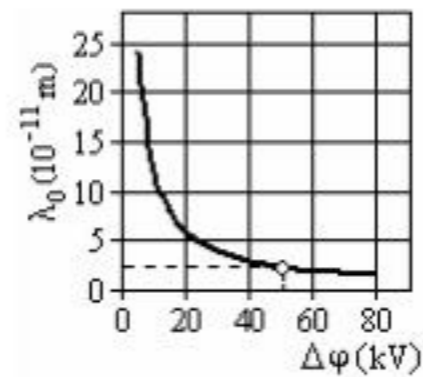
$$h\nu_0 = E_k. \quad (b)$$

Iš (a) ir (b) gauname:

$$h\nu_0 = |e| \Delta\varphi. \quad (c)$$

Pritaikę sąsają  $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$ , iš (c) randame rentgeno spinduliuotės ištinio spektro ribinį bangos ilgį:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{|e| \Delta\varphi} = 2,5 \times 10^{-11} \text{ (m)}. \quad (d)$$



47 pav.

Toks bangos ilgis yra maždaug atomo matmenų eilės.

Rezultatų analizė. 47 pav. pateiktas (d) lygties grafikas. Matome, kad greitinančiam potencialų skirtumui didėjant rentgeno spinduliuotės ištinio spektro ribinis bangos ilgis  $\lambda_0$  mažėja. Grafike pažymėtas taškas atitinka uždavinio sąlygą ir sprendinį ( $\Delta\varphi = 50$  V,  $\lambda_0 = 2,5 \times 10^{-11}$  m).

**75.** Laikykime, kad metale laisvųjų elektronų koncentracija  $n_e = 4,8 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ . Apskaičiuokime šio metalo Fermio lygmens energiją. Raskime didžiausią elektronų greitį esant absoliučiajai temperatūrai  $T = 0$ .

*Žinoma:*  $n_e = 4,8 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ ,  $T = 0$ .

*Rasti:*  $v_{\text{max}}$ ,  $E_F$ .

*Sprendimas.* Pagal (83) metalų Fermio lygmens energija

$$E_F = \frac{h^2}{8m_e} \left( \frac{3n_e}{\pi} \right)^{2/3} = 7,7 \times 10^{-19} \text{ (J)} = 4,8 \text{ (eV)}. \quad (\text{a})$$

Kadangi  $E_F = \frac{m_e v_{\text{max}}^2}{2}$  esant  $T = 0$ , didžiausias elektronų greitis

$$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2E_F}{m_e}} = 1,3 \times 10^6 \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right). \quad (\text{b})$$

*Rezultatų analizė.* Pagal kvantinę statistiką elektronų greičiai nelygūs nuliui net esant  $T = 0$ . Palyginimui pažymėkime, kad, taikydami elektronams molekulinės kinetinės teorijos formulę, gautume tokius elektronų vidutinius kvadratinius greičius esant  $T \approx 3,7 \times 10^4 \text{ K}$ .

**76.** Silicio (puslaidininkio) draustinės energijos juostos plotis  $\Delta E_g = 1,1 \text{ eV}$ . Kiek kartų pakinta silicio savitoji varža temperatūrai padidėjus nuo  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  iki  $50 \text{ }^\circ\text{C}$ ?

*Žinoma:*  $T_1 = 273 \text{ K}$ ,  $T_2 = 323 \text{ K}$ ,  $\Delta E_g = 1,1 \text{ eV} = 1,76 \times 10^{-19} \text{ J}$ .

*Rasti:*  $\frac{\gamma_2}{\gamma_1}$ .

*Sprendimas.* Pritaikę (84) formulę, gauname:

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = e^{\frac{\Delta E_g}{2k} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)} = 37. \quad (\text{a})$$

*Rezultatų analizė.* Matome, kad silicio laidumas sparčiai didėja temperatūrai kylant. Tai būdinga puslaidininkių savybė.

### Branduolio fizika

77. Apskaičiuokime natrio  ${}_{11}^{23}\text{Na}$  ir aukso  ${}_{79}^{197}\text{Au}$  branduolių spindulius, laikydami, kad  $R_0 = 1,2 \times 10^{-15}$  m.

Žinoma:  $A_{\text{Na}} = 23$ ,  $A_{\text{Au}} = 197$ .

Rasti:  $R_{\text{Na}}$ ,  $R_{\text{Au}}$ .

Sprendimas. Pagal (85) formulę

$$R_{\text{Na}} = R_0 A_{\text{Na}}^{1/3} = 3,4 \times 10^{-15} \text{ (m)}, \quad (\text{a})$$

$$R_{\text{Au}} = R_0 A_{\text{Au}}^{1/3} = 7,0 \times 10^{-15} \text{ (m)}. \quad (\text{b})$$

Rezultatų analizė. Matome, kad branduolių, kurių masės skaičiai skiriasi 8,6 karto, spinduliai skiriasi tik maždaug du kartus. Bet kokių branduolių spindulių ir masės skaičių santykiai siejami taip:

$$\frac{R_1}{R_2} = \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^{1/3}. \quad (\text{c})$$

78. Įvertinkime branduolių medžiagos tankį, laikydami branduolį rutuliu ir  $R_0 = 1,2 \times 10^{-15}$  m.

Sprendimas. Išreiškiame branduolio tūrį spinduliu ir įrašome spindulio išraišką iš (85):

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi R_0^3 A. \quad (\text{a})$$

Vadinasi, bet kokio branduolio tūris tiesiog proporcingas masės skaičiui  $A$ , t. y. nuklonų skaičiui branduolyje.

Branduolio masė  $m = 1,67 \times 10^{-27} A$  (kg).

Taigi branduolio medžiagos tankis –

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1,66 \times 10^{-27} A}{\frac{4}{3} \pi R_0^3 A} \approx 2,3 \times 10^{17} \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right). \quad (\text{b})$$

Rezultatų analizė. Branduolio medžiagos vieno kubinio milimetro masė lygi maždaug dviems šimtams tūkstančių tonų. Visų elementų branduolių tankis yra maždaug toks pats.

**79.** Azoto  $^{14}_7\text{N}$  branduolio masė  $m_{br.} = 2,325 \times 10^{-26}$  kg. Raskime šio branduolio masės defektą, ryšio energiją ir savitąją ryšio energiją.

*Žinoma:*  $m_p = 1,673 \times 10^{-27}$  kg,  $m_n = 1,675 \times 10^{-27}$  kg.

*Rasti:*  $\Delta m$ ,  $E_r$ ,  $\epsilon_r$ .

*Sprendimas:* Azoto branduolys susideda iš  $Z = 7$  protonų ir  $N = A - Z = 7$  neutronų. Branduolio masės defektą randame, įrašę į (86) protonų, neutronų ir branduolio mases:

$$\Delta m = 7 m_p + (14 - 7) m_n - m_{br.} = 1,86 \times 10^{-28} \text{ (kg)}. \quad (\text{a})$$

Pagal (87) branduolio ryšio energija

$$E_r = \Delta m c^2 = 1,66 \times 10^{-11} \text{ (J)}, \quad (\text{b})$$

čia laikome šviesos greitį  $c = 2,998 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Savitąją ryšio energiją apskaičiuojame pagal (88) formulę:

$$\epsilon_r = \frac{E_r}{A} = 1,19 \times 10^{-12} \left( \frac{\text{J}}{\text{nuklonui}} \right). \quad (\text{c})$$

*Rezultatų analizė.* Palyginę formulės (c) rezultatą su 73 uždavinio rezultatais, matome, kad elektrono ryšio su atomo branduoliu energija yra maždaug  $10^7$  kartų mažesnė už nuklono ryšio energiją.

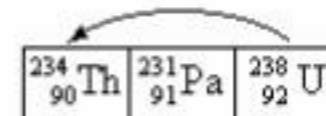
**80.** Koku izotopu virsta urano izotopas  $^{238}_{92}\text{U}$  po  $\alpha$  skilimo?

*Sprendimas.*  $\alpha$  skilimas vyksta pagal (89) schemą:



*Rezultatų analizė.* Pagal radioaktyviojo poslinkio dėsnį po  $\alpha$  skilimo urano izotopas  $^{238}_{92}\text{U}$  virsta torio izotopu  $^{234}_{90}\text{Th}$  ir išspinduliuoja  $\alpha$  dalelę.

48 pav. pateikiame Mendelejevo periodinės elementų sistemos fragmentą ir rodykle parodome virsmo schemą.



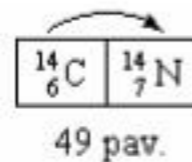
48 pav.

**81.** Koku izotopu virsta anglies izotopas  $^{14}_6\text{C}$  po  $\beta^-$  skilimo?

*Sprendimas.*  $\beta^-$  skilimas vyksta pagal (90 a) schemą:



*Rezultatų analizė.* Pagal radioaktyviojo poslinkio dėsnį po  $\beta^-$  skilimo anglies izotopas  $^{14}_6\text{C}$  virsta azoto izotopu  $^{14}_7\text{N}$  ir išspinduliuoja elektroną  ${}_{-1}^0e$  bei antineutrą  ${}^0_0\bar{\nu}_e$ . 49 pav. pateikiame Mendelejevo periodinės elementų sistemos fragmentą ir rodykle parodome virsmo schemą.



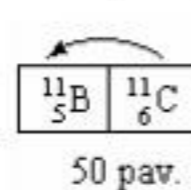
49 pav. pateikiame Mendelejevo periodinės elementų sistemos fragmentą ir rodykle parodome virsmo schemą.

**82.** Koku izotopu virsta anglies izotopas  $^{11}_6\text{C}$

po  $\beta^+$  skilimo? *Sprendimas.*  $\beta^+$  skilimas vyksta pagal (91 a) schemą:



*Rezultatų analizė.* Pagal radioaktyviojo poslinkio dėsnį po  $\beta^+$



skilimo anglies izotopas  $^{11}_6\text{C}$  virsta boro izotopu  $^{11}_5\text{B}$  ir išspinduliuoja pozitroną  ${}_{+1}^0e$  bei neutrą  ${}^0_0\nu_e$ . 50 pav. pateikiame Mendelejevo periodinės elementų sistemos fragmentą ir rodykle parodome virsmo schemą.

**83.** Radioaktyviojo izotopo  $^{14}_7\text{Cs}$  radioaktyviojo skilimo konstanta  $\lambda = 3,8 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ . Raskime pradinį branduolių skaičių, jei praėjus laikui  $t = 4 \times 10^5 \text{ s}$  liko  $1,53 \times 10^{23}$  nesuskilusių branduolių. Kam lygi pradinė izotopo masė?

*Žinoma:*  $\lambda = 3,8 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ ,  $t = 4 \times 10^5 \text{ s}$ ,  $N = 1,53 \times 10^{23}$ .

*Rasti:*  $N_0$ ,  $m$ .

*Sprendimas.* Iš radioaktyviojo skilimo dėsnio (92 a) išreiškiame pradinį branduolių skaičių:

$$N_0 = \frac{N}{e^{-\lambda t}} = 7,0 \times 10^{23}. \quad (\text{a})$$

Nepaisydami sąlygiškai labai mažos elektronų masės, vieno branduolio masę gauname, padaliję izotopo  ${}^{14}_7\text{Cs}$  molinę masę ( $\mu = 0,134 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$ ) iš Avogadro skaičiaus  $N_A$ :

$$m_{br.} = \frac{\mu}{N_A}. \quad (\text{b})$$

Pradinė izotopo masė –

$$m = m_{br.} N_0 = \mu \frac{N_0}{N_A} = 0,16 \text{ (kg)}. \quad (\text{c})$$

**84.** Kokia radioaktyviojo izotopo branduolių dalis suskils praėjus 4 pusėjimo trukmėms?

*Žinoma:*  $t = 4 T_{0,5}$ .

*Rasti:*  $\frac{N_{sk.}}{N_0}$ .

*Sprendimas.* Suskilusių branduolių skaičius

$$N_{sk.} = N_0 - N, \quad (\text{a})$$

čia  $N_0$  – pradinis (laiko momentu  $t = 0$ ) branduolių skaičius,  $N$  – nesuskilusių branduolių skaičius laiko momentu  $t = 4 T_{0,5}$ .

Taikome (92 b) formulę:

$$N_{sk.} = N_0 - N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}} = N_0 (1 - 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}}). \quad (\text{b})$$

Įrašę į (b)  $t = 4 T_{0,5}$ , gauname suskilusių branduolių dalį

$$\frac{N_{sk.}}{N_0} = 1 - 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}} = 1 - 2^{-4} \approx 0,94. \quad (\text{c})$$

*Rezultatų analizė.* Šį uždavinį taip pat galima spręsti taikant (92 a) formulę ir išreiškiant radioaktyviojo skilimo konstantą pusėjimo trukme pagal (93) sąsają.

**85.** Radono izotopo  $^{222}_{86}\text{Rn}$  pusėjimo trukmė  $T_{0,5} = 3,8$  paros.

Raskime, po kiek laiko suskils 95 % pradinio branduolių skaičiaus.

*Žinoma:*  $T_{0,5} = 3,8$  paros  $= 3,3 \times 10^5$  s,  $N_{sk.} = 0,95 N_0$ .

*Rasti:*  $t$ .

*Sprendimas.* Taikome 84 pavyzdžio (b) formulę:

$$N_{sk.} = N_0 \left(1 - 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}}\right). \quad (a)$$

Iš (a) gauname:

$$\frac{N_{sk.}}{N_0} = 1 - 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}}, \quad (b)$$

$$2^{-\frac{t}{T_{0,5}}} = 1 - \frac{N_{sk.}}{N_0}, \quad (c)$$

$$-\frac{t}{T_{0,5}} \ln 2 = \ln \left(1 - \frac{N_{sk.}}{N_0}\right). \quad (d)$$

Iš (d) išreiškiame ir apskaičiuojame laiką  $t$ :

$$t = -T_{0,5} \frac{\ln \left(1 - \frac{N_{sk.}}{N_0}\right)}{\ln 2} = 1,4 \times 10^6 \text{ (s)} = 16,2 \text{ paros}. \quad (e)$$

*Rezultatų analizė.* Radono izotopas  $^{222}_{86}\text{Rn}$  greitai skyla, vadinasi, priklauso trumpaamžių izotopų grupei.

**85.** Radioaktyviojo izotopo  $^{41}_{18}\text{Ar}$  pusėjimo trukmė lygi 6 588 s. Raskime šio izotopo 15 g pradinį aktyvumą ir aktyvumą po 1, 3 ir 6 valandų. Po kiek laiko aktyvumas sumažės  $10^6$  karto?

*Žinoma:*  $m = 0,015$  kg,  $\mu = 0,041 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$ ,  $T_{0,5} = 6 588$  s,

$t_1 = 3,6 \times 10^3$  s,  $t_2 = 1,08 \times 10^4$  s,  $t_3 = 2,16 \times 10^4$  s.

*Rasti:*  $A_0$ ,  $A(t)$ ,  $\frac{A_0}{A_{t_x}} = 10^6$ .



*Sprendimas.* 20 g argono pradiniam branduolių skaičiui rasti taikome

83 uždavinio (b) formulę:

$$m_{br.} = \frac{\mu}{N_A} \cdot \quad (a)$$

Pradinis branduolių skaičius –

$$N_0 = \frac{m}{m_{br.}} = \frac{m}{\mu} N_A. \quad (b)$$

Pradinį izotopo aktyvumą randame įrašę į (95) formulę (b) ir atsižvelgę į (93):

$$A_0 = \lambda N_0 = \frac{\ln 2}{T_{0,5}} \cdot \frac{m}{\mu} N_A = 2,3 \times 10^{19} \text{ (Bq)}. \quad (c)$$

Izotopo aktyvumą praėjus laikui  $t$  apskaičiuojame pagal (96) formulę:

$$A_1 = A_0 e^{-\lambda t_1} = 1,6 \times 10^{19} \text{ (Bq)}, \quad A_2 = A_0 e^{-\lambda t_2} = 0,75 \times 10^{19} \text{ (Bq)},$$

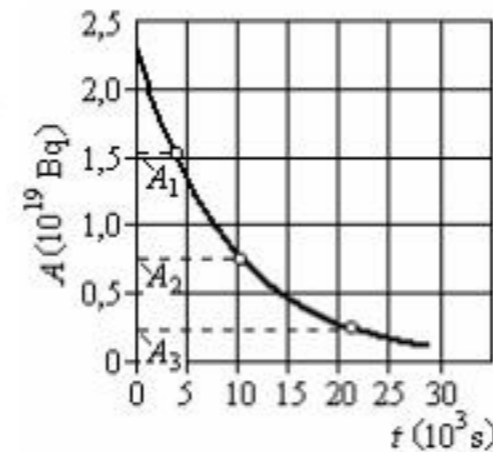
$$A_3 = A_0 e^{-\lambda t_3} = 0,24 \times 10^{19} \text{ (Bq)}. \quad (d)$$

Laiką, per kurį aktyvumas sumažės  $10^6$  karto, randame logaritmuodami (96) formulę:

$$t_x = \frac{\ln \frac{A_0}{A_{t_x}}}{\lambda} = T_{0,5} \frac{\ln 10^6}{\ln 2} = 1,3 \times 10^5 \text{ (s)}. \quad (e)$$

*Rezultatų analizė.* Trumpamžio radioaktyviojo izotopo  ${}^{41}_{18}\text{Ar}$  aktyvumas greitai mažėja laikui bėgant. Šio aktyvumo priklausomybė nuo laiko grafiškai pavaizduota 51 pav. Taškais pažymėti aktyvumai uždavinyje nagrinėjamaiais laiko momentais.

Aktyvumas sumažės  $10^6$  karto per  $1,3 \times 10^5 \text{ s} = 36,5$  valandas.



51 pav.

**86.** Bombarduojant azoto izotopą  $^{14}_7\text{N}$  neutronais, gaunamas radioaktyvusis anglies izotopas  $^{14}_6\text{C}$ , kuris yra  $\beta^-$  spinduolis. Užrašykime vykstančias branduolines reakcijas.

*Sprendimas.* Vykstant branduolinėms reakcijoms išlieka pastovūs elektros krūvis, atominis ir masės skaičiai, todėl:



**87.** Bombarduojant  $\alpha$  dalelėmis aliuminio izotopą  $^{27}_{13}\text{Al}$ , gaunamas radioaktyvusis fosforo izotopas  $^{30}_{15}\text{P}$ , kuris yra  $\beta^+$  spinduolis. Užrašykime vykstančias branduolines reakcijas. Raskime dėl  $^{30}_{15}\text{P}$  skilimo gaunamo izotopo savitąjį aktyvumą, jei šio izotopo pusėjimo trukmė  $T_{0,5} = 130$  s.

*Sprendimas.* Vykstančios branduolinės reakcijos:



Izotopo savitąjį aktyvumą nusako (97) formulė:

$$A_m = \frac{A}{m} = \frac{\lambda N}{m}. \quad (\text{c})$$

Izotopo mėginyje, kurio masė  $m$ , yra  $N$  atomų (kartu ir branduolių). Viename molyje, kurio masė  $\mu$ , yra Avogadro skaičius  $N_A$  branduolių. Taigi vieno branduolio masę galima išreikšti taip:

$$m_{br.} = \frac{m}{N} = \frac{\mu}{N_A}. \quad (\text{d})$$

Iš (c) ir (d), atsižvelgę į (93), gauname:

$$A_m = \frac{\lambda N}{m} = \lambda \frac{N_A}{\mu} = \frac{\ln 2}{T_{0,5}} \frac{N_A}{\mu} = 1,1 \times 10^{23} \left( \frac{\text{Bq}}{\text{kg}} \right). \quad (\text{e})$$

*Rezultatų analizė.* Matome, kad savitasis aktyvumas priklauso tik nuo izotopo radioaktyviojo skilimo konstantos ir molinės masės.

88. Į vandens paviršių statmenai krenta siauras monochromatinis ( $\lambda = 1,24 \times 10^{-12} \text{ m}$ )  $\gamma$  spinduliuotės pluoštas. Kokiame gylyje spinduliuotės intensyvumas sumažės 50 kartų? 52 pav. pateiktas  $\gamma$  spinduliuotės silpimo koeficiento priklausomybės nuo  $\gamma$  kvantų energijos grafiko fragmentas.

Žinoma:  $i = 0^\circ$ ,  $\lambda = 1,24 \times 10^{-12} \text{ m}$ ,

$$\frac{I}{I_0} = 0,02.$$

Rasti:  $x$ .

Sprendimas. Iš (98) formulės gauname:

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\mu x, \quad (\text{a})$$

$$x = -\frac{\ln I/I_0}{\mu} = -\frac{\ln 0,02}{\mu}. \quad (\text{b})$$

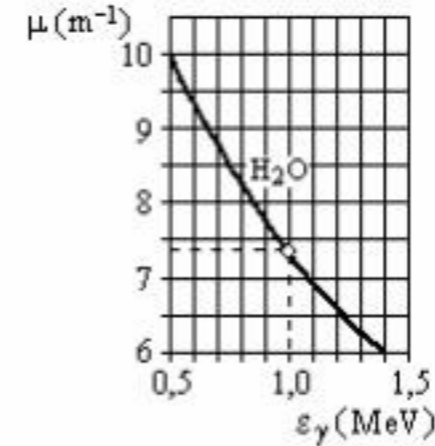
$\gamma$  kvantų energiją apskaičiuojame pagal (73):

$$\varepsilon_\gamma = \frac{hc}{\lambda} = 1,6 \times 10^{-13} \text{ (J)} = 1,0 \text{ MeV}. \quad (\text{c})$$

Pagal 52 pav. grafiką randame, kad tokios energijos  $\gamma$  kvantų silpimo koeficientas  $\mu = 7,4 \text{ m}^{-1}$ . Įrašę  $\mu$  reikšmę į (b), apskaičiuojame gylį  $x$ , kuriame  $\gamma$  spinduliuotės intensyvumas sumažėja 50 kartų:

$$x = -\frac{\ln 0,02}{7,4} = 0,53 \text{ (m)}. \quad (\text{d})$$

Rezultatų analizė.  $\gamma$  kvantų energijai mažėjant silpimo koeficientas didėja, kartu mažėja vandens sluoksnis, kuriame tiek pat kartų sumažėja  $\gamma$  spinduliuotės intensyvumas. Pavyzdžiui, 0,5 MeV energijos  $\gamma$  spinduliuotės intensyvumas 50 kartų sumažėja 0,39 m storio vandens sluoksnyje.



52 pav.

**1 priedas**  
**Uždavinynė taikomos fundamentinės fizikinės konstantos**

Fizikinis dydis	Žymuo	Reikšmė
Šviesos greitis vakuume	$c$	$2,997925 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Planko konstanta	$h$	$6,6262 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Mažoji Planko konstanta	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$1,0546 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Gravitacijos konstanta	$G$	$6,6720 \times 10^{-11} \frac{\text{N m}^2}{\text{kg}^2}$
Avogadro skaičius	$N_A$	$6,022045 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Bolcmano konstanta	$k$	$1,380662 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$
Elektrono krūvis	$e$	$-1,602189 \times 10^{-19} \text{ C}$
Elektrono masė	$m_e$	$9,109534 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Elektrinė pastovioji	$\epsilon_0$	$8,854188 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$
Magnetinė pastovioji	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7} = 1,257 \times 10^{-6} \frac{\text{H}}{\text{m}}$
Stefano ir Bolcmano konstanta	$\sigma$	$5,67032 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$
Vyno konstanta	$b$	$2,897790 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$
Rydbergo konstanta	$R$	$3,259842 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$
Protono masė	$m_p$	$1,672649 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Neutrono masė	$m_n$	$1,674954 \times 10^{-27} \text{ kg}$

**2 priedas**  
**Pagrindinių uždavinyne taikomų fizikinių dydžių**  
**žymenys ir SI sistemos matavimo vienetai**

Dydžio žymuo	Fizikinis dydis	Matavimo vienetas (SI)
$a_{v,T}$	absorbcijos geba	bedimensis
$a_{v,T}^{\bullet}$	absoliučiai juodo kūno absorbcijos geba	bedimensis
$A$	darbas	J
$A$	masės skaičius	bedimensis
$A$	radioaktyviojo izotopo mėginio aktyvumas	Bq
$A_m$	radioaktyviojo izotopo savitasis aktyvumas	$\frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$
$\vec{B}$	magnetinio lauko indukcija	T
$C$	elektrinė talpa	F
$e,  e $	elektrono krūvis	C
$\mathcal{E}$	elektrovara	V
$E$	energija	J
$\vec{E}, E$	elektrostatinio lauko stipris	$\frac{\text{N}}{\text{C}} = \frac{\text{V}}{\text{m}}$
$E_k$	kinetinė energija	J
$E_p$	potencinė energija	J
$\vec{F}, F$	jėga	N
$\vec{F}_A, F_A$	Ampero jėga	N
$\vec{F}_L, F_L$	Lorenco jėga	N
$\vec{H}, H$	magnetinio lauko stipris	$\frac{\text{A}}{\text{m}}$
$I$	elektros srovės stipris	A
$I_{ef}$	elektros srovės efektinė vertė	A
$I_{šv}$	šviesos stipris	cd

## 2 priedo tęsinys

Dydžio žymuo	Fizikinis dydis	Matavimo vienetas (SI)
$\vec{j}, j$	srovės tankis	$\frac{A}{m^2}$
$k$	bangos skaičius	$m^{-1}$
$L$	induktyvumas	H
$m$	masė	kg
$\vec{M}, M$	jėgos momentas	Nm
$n$	koncentracija	$m^{-3}$
$n$	santykinis lūžio rodiklis	bedimensis
$n_a$	absoliutusias lūžio rodiklis	bedimensis
$N$	neutronų skaičius	bedimensis
$P$	slėgis	Pa
$P$	elektros srovės galia	W
$\vec{p}_m$	magnetinis momentas	$A m^2$
$q$	elektros krūvis	C
$Q$	šilumos kiekis	J
$R$	elektrinė varža	$\Omega$
$r_{v,T}$	emisijos geba (spinduliuotės spektrinis tankis)	$\frac{W s}{m^2}$
$r_{\lambda,T}$	emisijos geba (spinduliuotės spektrinis tankis)	$\frac{W}{m^3}$
$S$	plotas	$m^2$
$t$	laikas	s
$t$	temperatūra Celsijaus laipsniais	$^{\circ}C$
$T$	absoliučioji temperatūra	K
$T$	virpesių periodas	s
$T_{0,5}$	izotopo pusėjimo trukmė	s
$U$	elektrono potencinė energija	J
$U_{ef.}$	įtampos efektinė vertė	V
$\vec{v}, v, u$	greitis	$\frac{m}{s}$
$V$	tūris	$m^3$

2 priedo pabaiga

Dydžio žymuo	Fizikinis dydis	Matavimo vienetas (SI)
$w_e$	elektrinio lauko energijos tankis	$\frac{J}{m^3}$
$w_m$	magnetinio lauko energijos tankis	$\frac{J}{m^3}$
$W_e$	elektrinio lauko energija	J
$W_m$	magnetinio lauko energija	J
$Z$	atominis skaičius	bedimensis
$\beta$	slopinimo koeficientas	$s^{-1}$
$\delta$	spindulių optinės eigos skirtumas	m
$\Delta m$	branduolio masės defektas	kg
$\varepsilon$	santykinė dielektrinė skvarba	bedimensis
$\varepsilon_0$	elektrinė pastovioji	$\frac{F}{m} = \frac{C^2 s^2}{kg m^3}$
$\varepsilon_r$	branduolio savitoji ryšio energija	J / nuklonui
$\lambda$	bangos ilgis	m
$\lambda$	radioaktyviojo skilimo konstanta	$s^{-1}$
$\mu$	molinė masė	$\frac{kg}{mol}$
$\mu$	Rentgeno spindulių silpimo koeficientas	$m^{-1}$
$\mu$	santykinė magnetinė skvarba	bedimensis
$\mu_0$	magnetinė pastovioji	$\frac{H}{m} = \frac{kg m}{C^2}$
$\nu$	dažnis	Hz
$\rho$	šviesos atspindžio koeficientas	bedimensis
$\varphi$	elektrostatinio lauko potencialas	V
$\varphi$	svyravimų, bangų fazė	bedimensis (rad)
$\varphi_0$	svyravimų, bangų pradinė fazė	bedimensis (rad)
$\Phi_m$	magnetinis srautas	Wb
$\Phi_{šv.}$	šviesos srautas	lm
$\chi$	magnetinis jautris	bedimensis
$\omega, \Omega$	ciklinis dažnis	$s^{-1}$



**3 priedas**  
**Kartotiniai ir daliniai vienetai**

Koeficientai	Pirmasis vieneto dėmuo	Pirmojo dėmens žymuo	Pavyzdžiai
$10^{18}$	eksa-	E	eksabekerelis (EBq)
$10^{15}$	peta-	P	petahercas (PHz)
$10^{12}$	tera-	T	teradžaulis (TJ)
$10^9$	giga-	G	giganiutonas (GN)
$10^6$	mega-	M	megaomas ( $M\Omega$ )
$10^3$	kilo-	k	kilopaskalis (kPa)
$10^2$	hekto-	h	hektovatas (hW)
$10^1$	deka-	da	dekalitras (dal)
$10^{-1}$	deci-	d	decibelas (dB)
$10^{-2}$	centi-	c	centimetras (cm)
$10^{-3}$	mili-	m	milivoltas (mV)
$10^{-6}$	mikro-	$\mu$	mikroamperas ( $\mu A$ )
$10^{-9}$	nano-	n	nanosekundė (ns)
$10^{-12}$	piko-	p	pikofaradas (pF)
$10^{-15}$	femto-	f	femtogramas (fg)
$10^{-18}$	ato-	a	atokulonas (aC)

#### 4 priedas

##### Pagrindinės diferencijavimo ir integravimo formulės

$$dC = 0 \quad (C = \text{const})$$

$$d(u + v - w) = du + dv - dw$$

$$d(Cu) = C du \quad (C = \text{const})$$

$$d(uv) = u dv + v du$$

$$d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v du - u dv}{v^2}$$

$$\frac{dy}{dz} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dz}$$

$$d(x^n) = n x^{n-1} dx$$

$$d(e^x) = e^x dx$$

$$d(\sin x) = \cos x dx$$

$$d(\cos x) = -\sin x dx$$

$$d(\operatorname{tg} x) = \frac{dx}{\cos^2 x}$$

$$d(\operatorname{ctg} x) = -\frac{dx}{\sin^2 x}$$

$$d(\log_a x) = \frac{dx}{x \ln a}$$

$$d(\ln x) = \frac{dx}{x}$$

$$d(a^x) = a^x \ln a dx$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C =$$

$$-\arccos x + C_1$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C =$$

$$-\operatorname{arcctg} x + C_1$$